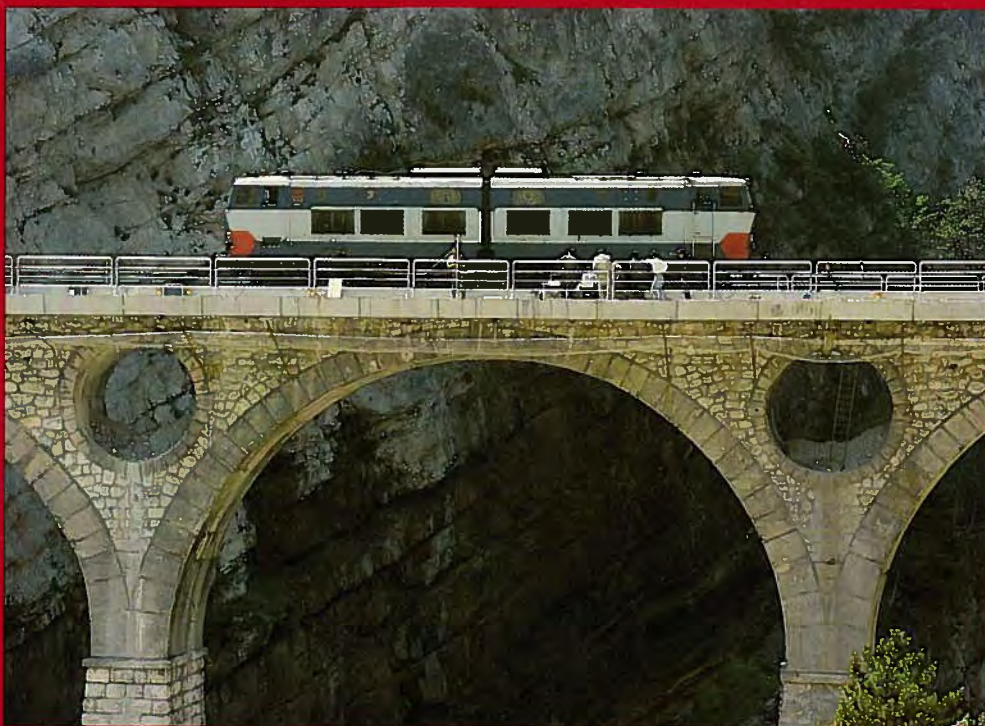


*Centro Internazionale di  
Aggiornamento Sperimentale-Scientifico*



*Giovanni Menditto - Roberto Giacchetti*

**INDAGINI DINAMICHE NON DISTRUTTIVE  
PER L'INDIVIDUAZIONE DELLE  
CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLE STRUTTURE**



**QUADERNO CIAS N° 2**



*Giovanni Menditto - Roberto Giacchetti*

**INDAGINI DINAMICHE NON DISTRUTTIVE  
PER L'INDIVIDUAZIONE DELLE  
CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLE STRUTTURE**

**QUADERNO CIAS N° 2**

## **Presentazione**

*È con vero piacere che presento questo secondo quaderno CIAS, rendendo finalmente operativo un progetto di divulgazione che accarezzavo da tempo. Premetto infatti che ci sono molte altre proposte in progetto, che formeranno quella collana di opuscoli in campo sperimentale di cui il CIAS per istituzione si occupa.*

*Anche questo quaderno si inquadra in quelle problematiche di estrema attualità che consentono, attraverso delle misure sperimentali, di meglio comprendere il comportamento delle strutture.*

*Va detto, infatti, che per molto tempo i parametri dinamici delle strutture sono stati trascurati e solo oggi che le conseguenze di vibrazioni e forze alternate si mostrano con i loro effetti devastanti, l'interesse si fa più vivo. Voglio ricordare che le conoscenze dei primi modi di vibrare permettono il calcolo sperimentale di tutti i parametri strutturali attraverso la soluzione di un sistema di equazioni. Pertanto i parametri modali possono essere considerati come degli elementi che nel tempo consentono una valutazione dello stato di degrado strutturale.*

*Non mi dilungo oltre lasciandoVi ad una lettura sicuramente stimolante, convinto che possa rappresentare l'inizio di un nuovo ed importante campo di applicazione.*

Ing. Settimo Martinello  
Presidente CIAS



*Giovanni Menditto*

- Prof. dott. ing. Giovanni Menditto, nato a Casagiove (CE) nel 1931.
- Ordinario di "Scienza delle costruzioni".
- Direttore dell'Istituto di Scienza e tecnica delle costruzioni .
- Direttore della scuola di specializzazione in calcolo delle strutture, facoltà di ingegneria, Università di Ancona.
- Autore di testi nel campo della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni e di numerose pubblicazioni scientifiche su riviste nazionali ed internazionali.



*Roberto Giacchetti*

- Dott. ing. Roberto Giacchetti, nato ad Ancona nel 1951.
- Funzionario tecnico presso il Laboratorio Prove Materiali e Strutture dell'Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni.
- Docente del corso di "Sperimentazione, collaudo e controllo delle costruzioni" e della scuola di specializzazione in "Calcolo delle Strutture".
- Autore di numerose pubblicazioni di atti di convegni e congressi e su riviste nazionali ed internazionali.

# INDICE

Presentazione	pag.	3
<b>• Indagini dinamiche non distruttive per caratterizzare gli effetti del traffico veicolare e ferroviario su opere civili e monumentali (Roberto Giacchetti)</b>	pag.	11
1. Introduzione	pag.	12
2. Analisi delle vibrazioni indotte dal traffico	pag.	14
3. Obiettivi dell'analisi delle vibrazioni	pag.	18
4. Metodologia per la valutazione della pericolosità delle vibrazioni	pag.	21
5. Inquadramento normativo	pag.	23
6. Effetti delle vibrazioni degli edifici	pag.	24
7. Tipi di vibrazione	pag.	25
8. Durata del fenomeno	pag.	30
9. Range di frequenze predominanti	pag.	32
10. Livelli di vibrazione	pag.	33
11. Metodi per la riduzione delle vibrazioni indotte dal traffico	pag.	37
12. Valutazione della risposta strutturale a nuove sorgenti di vibrazione (indagine predittiva)	pag.	38
<b>• Indagini non distruttive dinamiche per il collaudo dei ponti (Giovanni Menditto)</b>	pag.	39
1. Introduzione	pag.	40
2. Analisi dinamica	pag.	41
3. Prove dinamiche	pag.	45
4. Identificazione strutturale	pag.	49
5. Strumentazione per le prove di caratterizzazione dinamica	pag.	60
5.1. Il sistema di eccitazione ha la funzione	pag.	60

5.1.1. Eccitatore meccanico		
a masse eccentriche rotanti (vibrochina)	pag.	60
5.1.2. Eccitatore elettrodinamico	pag.	62
5.1.3. Eccitatore elettro-idraulico	pag.	63
5.1.4. Eccitatore elettro-idraulico		
a servo controllo (Fig. 29)	pag.	65
5.1.5. Martello strumentato per eccitazioni impulsive	pag.	70
5.2. Sistema di analisi	pag.	74
• <b>Indagini non distruttive per la misura del tiro delle catene in strutture arcuate ed in muratura</b> ( <i>Roberto Giacchetti</i> )	pag.	77
1. Introduzione	pag.	78
2. Metodo per la determinazione del tiro	pag.	79
3. Metodo vibrazionale semplificato	pag.	80
4. Metodo della deformata modale	pag.	87
5. Tecniche di prova	pag.	89
6. Metodo statico	pag.	91
• <b>Note</b>	pag.	95
• <b>Bibliografia</b>	pag.	100

**INDAGINI DINAMICHE NON DISTRUTTIVE  
PER CARATTERIZZARE GLI EFFETTI  
DEL TRAFFICO VEICOLARE E FERROVIARIO  
SU OPERE CIVILI E MONUMENTALI**

**ROBERTO GIACCHETTI**

*La valutazione degli effetti delle vibrazioni di natura antropica, in particolare quelle indotte dal traffico veicolare e ferroviario, riveste notevole interesse per la salvaguardia degli edifici e dei monumenti presenti nei nostri centri storici, a causa del potenziale di danno da cui i processi vibratorii sono caratterizzati. Nel presente lavoro viene descritta la natura dei fenomeni vibratorii e riconosciuta la caratteristica random delle vibrazioni indotte dal traffico e vengono messi in evidenza i parametri che devono essere misurati, sia nel dominio del tempo, sia nel dominio delle frequenze, per potere esprimere una valutazione sulla pericolosità delle vibrazioni.*



## 1. Introduzione

Le vibrazioni di natura antropica, in particolare quelle indotte dal traffico, investono con sempre maggiore intensità ogni genere di costruzione causando talvolta effetti dannosi, soprattutto in edifici antichi e monumentali. Dunque la valutazione degli effetti delle vibrazioni rappresenta in un paese come l'Italia un problema ingegneristico di rilevante importanza. Per "effetto" della vibrazione indotta da una sorgente si intende qui la risposta strutturale misurabile con opportune strumentazioni. Metodi analitici appropriati consentono di definire tre parametri che caratterizzano la "severità" della vibrazione: la frequenza predominante, la durata e l'ampiezza. La risposta di una struttura dipende sia dalle sue caratteristiche dinamiche, sia dal tipo di eccitazione. Una classificazione dinamica delle vibrazioni distingue tali fenomeni in deterministici e random con l'ulteriore suddivisione mostrata nella figura 1. Il valore istantaneo in un processo deterministico può essere "determinato" sulla base della conoscenza della sua storia temporale ad un istante precedente. Un esempio è costituito dalla vibrazione indotta dal movimento di una massa rotante non bilanciata oppure dalle vibrazioni indotte da attività di tipo costruttivo come l'infissione di pali in un terreno. Nel caso di vibrazioni random il fenomeno è descrivibile solo in termini statistici ed al concetto di ampiezza di vibrazione deve essere sostituito il concetto di probabilità che un certo valore non venga superato. La durata di un'eccitazione è un altro parametro importante ed è correlata alle caratteristiche dinamiche della struttura. Per la definizione del processo vibratorio in funzione della durata si fa riferimento alla costante:

$$\tau_r = \frac{1}{2\pi\xi_r f_r}$$

in cui:

$\xi_r$  è lo smorzamento al modo r-esimo;

$f_r$  è la r-esima frequenza di risonanza.

In funzione di tale parametro (indipendentemente dalla classificazione dinamica dell'eccitazione) il processo può definirsi:

- continuo se la forzante agisce sulla struttura per un tempo superiore a  $5 \tau_r$ ;

- transitorio se la forzante agisce sulla struttura per un tempo inferiore a  $5 \tau_r$  ;
- intermittente se la forzante agisce per un tempo circa uguale a  $5 \tau_r$  ma sotto forma di un treno di eccitazioni.

Il campo delle frequenze delle vibrazioni tipicamente misurabili negli edifici varia da 0,1 a 500 Hz e dipende naturalmente dallo spettro della densità di potenza dell'eccitazione e dalle caratteristiche modali della struttura. La maggior parte dei danni presenti negli edifici soggetti a vibrazioni di natura antropica si manifestano in un campo di frequenze tra 1 e 150 Hz. La tabella 1, tratta dalla norma ISO 4866 [1] riporta alcuni intervalli di frequenze tipici per diverse sorgenti di vibrazioni. Nella tabella sono riportati anche i valori estremi dei parametri dinamici (spostamento, velocità ed accelerazione) misurabili. Le caratteristiche dinamiche degli edifici dipendono dalla loro massa e rigidità e dallo smorzamento. Da queste proprietà discendono le frequenze naturali, le forme modali e gli smorzamenti modali che determinano la risposta strutturale in funzione del contenuto energetico spettrale dell'eccitazione. Nella maggior parte dei casi di interesse, in particolare nel caso di vibrazioni indotte dal traffico veicolare e ferroviario, le vibrazioni sono trasmesse attraverso il terreno mediante una propagazione di onde elastiche. La natura del terreno riveste molta importanza ai fini della classificazione della severità dell'eccitazione. Basti pensare ai danni causati negli edifici per effetto del consolidamento dovuto alle vibrazioni. Senza entrare nel merito dei problemi di interazione suolo-struttura, occorre sottolineare il ruolo molteplice esercitato dal mezzo di propagazione. In primo luogo il terreno opera un'attenuazione dei livelli di vibrazione rispetto a quelli riscontrabili in vicinanza della sorgente. Ad esempio, prendendo in considerazione le vibrazioni trasmesse sotto forma di onde di Rayleigh (che trasportano circa il 70% dell'energia di moto) il livello di vibrazione ad una distanza  $x$  da una sorgente di tipo puntiforme vale:

$$L(x) = \frac{L_s}{\sqrt{x}}$$

in cui  $L_s$  è il livello di vibrazione misurato alla sorgente. In secondo luogo, il terreno, in virtù delle proprie caratteristiche dinamiche, opera come un filtro ampliando o diminuendo la ampiezze di vibrazione in certe bande di frequenza. Infine il terreno, attraverso un meccanismo di irraggiamento di energia meccanica, può contribuire ad aumentare lo smorzamento strutturale. Una classificazione degli edifici dal punto di vista della loro suscettibilità alle

vibrazioni meccaniche trasmesse dal suolo è riportata nella norma ISO 4866 del 1990. Tale classificazione prende in considerazione i seguenti fattori:

- tipo di costruzione;
- tipo di fondazione;
- tipo di terreno;
- fattore di importanza dell'edificio.

Gli edifici antichi di rilevante interesse storico e monumentale figurano naturalmente tra quelli in cui il livello accettabile delle vibrazioni è il minimo.

## 2. Analisi delle vibrazioni indotte dal traffico

Le vibrazioni indotte dal traffico costituiscono in realtà dei processi stocastici le cui caratteristiche variano nel tempo in modo tale che una completa comprensione del fenomeno dal punto di vista sperimentale presupporrebbe una registrazione del segnale di durata infinita. Tuttavia, nella pratica ingegneristica viene generalmente accettato di considerare la vibrazione indotta dal traffico veicolare continuo come una vibrazione random stazionaria ergodica. <sup>1</sup> Dal punto di vista sperimentale ciò significa analizzare il segnale per un tempo sufficientemente lungo ma limitato e considerarne le caratteristiche costanti nel tempo. La durata della registrazione dipende dall'errore statistico che si è disposti ad accettare, in funzione del tipo e dell'importanza dell'edificio, sui valori misurati. Nel caso di vibrazioni random due tipi di errori possono inficiare la misura: il cosiddetto errore di bias e l'errore di varianza. Se, come generalmente succede, si accetta un errore di bias del 4%, ed una varianza del 10%, la durata delle registrazioni, in secondi, è espressa dalla formula 1):

$$T_r = \frac{200}{\eta f_n}$$

dove:

- $\eta$  è lo smorzamento modale;
- $f_n$  è la frequenza naturale del modo n-esimo;

A differenza del caso di segnali deterministici, in cui solitamente si fa riferimento, ai fini della valutazione della "pericolosità" delle vibrazioni, ai valori di picco, per i segnali random stazionari ergodici al valore di picco si sostituisce la densità di probabilità definita dall'equazione:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P(x)}{\Delta x} = \frac{dP}{dx}$$

che rappresenta il modo con cui varia, in funzione dell'ampiezza  $x$ , la probabilità che il segnale si trovi fra  $x$  e  $x+\Delta x$ . L'analisi probabilistica consente:

- di predire, con la teoria dei valori estremi, dei periodi di ritorno associati alle ampiezze massime;
- la stima delle probabilità che si verifichi un certo danno, tenendo conto della resistenza a fatica dei materiali.

L'analisi nel dominio del tempo ha luogo mediante la determinazione della funzione di autocorrelazione <sup>2</sup> definita come:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+\tau) dt$$

In modo del tutto analogo si può definire la funzione di correlazione incrociata <sup>3</sup> fra due segnali  $x(t)$  e  $y(t)$  (ad esempio registrati contemporaneamente in due posizioni diverse della struttura):

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t+\tau) dt$$

L'analisi nel dominio del tempo consente di pervenire alla:

- determinazione di segnali periodici mascherati da segnali random di intensità maggiore;
- misura dei tempi di ritardo nella propagazione dei segnali e quindi determinazione delle velocità di propagazione dei disturbi;
- determinazione delle sorgenti di vibrazione (percorsi di propagazione) e studio dei sistemi di isolamento.

L'analisi del dominio delle frequenze conduce alla cosiddetta analisi spettrale per la quale si introducono le seguenti definizioni:

## TRASFORMATA DI FOURIER

Rappresenta la generalizzazione matematica delle serie di Fourier che descrivono un segnale di tipo periodico, al caso di funzioni di tipo non periodico. Essa è definita dalla relazione:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

La funzione originale  $x(t)$  può essere espressa dalla trasformata inversa:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

## DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA

Rappresenta la distribuzione della potenza del segnale in un certo intervallo di frequenza ed è definita come:

$$S_X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_X(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

La funzione di autocorrelazione può essere espressa dalla trasformata inversa:

$$R_X(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

e, per  $\tau = 0$  risulta:

$$R_X(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(\omega) d\omega$$

che rappresenta l'estensione del concetto di valore efficace (RMS), rappresentativo dell'energia di un segnale periodico, al caso di segnali random.

## DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA INCROCIATA

Dati due segnali  $x(t)$  e  $y(t)$ , la loro densità di potenza incrociata viene definita come:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

La densità spettrale di potenza incrociata rappresenta la relazione esistente fra due segnali (ad esempio ingresso ed uscita di un sistema) ed è alla base del calcolo delle funzioni di trasferimento. <sup>4</sup> La trasformata inversa esprime la funzione di correlazione incrociata:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

Anche in questo caso, per  $\tau = 0$  si ha:

$$R_{xy}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega$$

Le funzioni sopra indicate intervengono in tutte le tecniche che permettono di descrivere il comportamento dinamico di una struttura, in particolare per la determinazione delle funzioni di trasferimento e dei modi di vibrazione. Per le azioni random che non possono essere considerate stazionarie ed ergodiche, quali ad esempio le vibrazioni indotte dal traffico ferroviario, caratterizzato da una durata limitata, si può ancora definire la trasformata di Fourier della  $x(t)$  che sarà data da:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{T_1} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

se è  $x(t) \neq 0$  per  $0 \leq t \leq T_1$ ;

in questo caso si scrive;

$$\int_0^{T_1} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 2 \int_0^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_0^{+\infty} G(f) df$$

dove  $G(f) = 2 |X(f)|^2$

è definibile come densità spettrale di energia. Un'azione di tipo impulsivo potrà quindi essere definita anche in base alla sua densità spettrale di energia da associarsi ad una prevista durata  $T_1$ . Poiché lo scopo della misura è di acquisire informazioni sufficienti per valutare gli effetti delle vibrazioni sugli edifici, riveste grande importanza riconoscere preliminarmente quale tipo di fenomeno vibratorio si sta trattando tra quelli che rientrano nella descrizione riportata nella figura 1.

Infatti la mole di informazioni richieste e la complessità del trattamento del segnale (e quindi di strumentazione necessaria) aumenta con la complessità del processo quando questo passa da un'eccitazione armonica ad una random non-stazionaria.

### 3. Obiettivi dell'analisi delle vibrazioni

La misura delle vibrazioni degli edifici può essere finalizzata ai seguenti scopi:

- 1) stabilire una procedura di diagnosi dello stato attuale dell'edificio;
- 2) stabilire una procedura di monitoraggio nel tempo al fine di accertare variazioni di parametri significativi che possano guidare l'attività manutentoria dell'edificio;

3) valutare la risposta strutturale a nuove sorgenti di eccitazione.

Gli obiettivi 1) e 2) vengono di solito perseguiti con un'analisi nel dominio del tempo e nel dominio delle frequenze del segnale di risposta, misurando cioè, nel dominio del tempo, i valori di picco, i valori efficaci (RMS), le curve di densità di probabilità, le funzioni di auto e cross-correlazione e, nel dominio delle frequenze, tipicamente le funzioni densità spettrali di potenza ordinaria <sup>5</sup> ed incrociata.<sup>6</sup> L'obiettivo 3) richiede un'analisi completa della risposta strutturale che implica la caratterizzazione dinamica dell'edificio. Se infatti sono determinabili sperimentalmente le proprietà dinamiche della struttura e si hanno sufficienti informazioni sulle caratteristiche dell'eccitazione, mediante l'analisi numerica si può risalire alla descrizione della risposta completa o, in alternativa, alla definizione di una quantità cinematica (spostamento, velocità o accelerazione) che può essere confrontata con i valori ammissibili presenti nei regolamenti in funzione del tipo di edificio. Un'interessante applicazione di questa metodologia è presentata in [2]. Per definizione, il legame fra ingresso ed uscita viene espresso, nel dominio delle frequenze, dalla funzione di trasferimento complessa  $H(\omega)$ . Tale funzione descrive sinteticamente qual'è l'ampiezza della risposta strutturale in funzione dell'ampiezza dell'eccitazione e qual'è la differenza di fase. Se si indica con  $q(t)$  e con  $f(t)$  rispettivamente la risposta e l'eccitazione, la funzione di trasferimento viene definita attraverso le relazioni seguenti:

$$Q(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \tag{a}$$

$$S_q(\omega) = |H(\omega)|^2 \cdot S_f(\omega)$$

$$S_{f,q}(\omega) = H(\omega) \cdot S_f(\omega)$$

dove:

- $Q(\omega)$  e  $F(\omega)$  sono le trasformate di Fourier della risposta e dell'eccitazione;
- $S_q(\omega)$  e  $S_f(\omega)$  sono le densità spettrali di potenza della risposta e dell'eccitazione;
- $S_{f,q}(\omega)$  è la densità spettrale di potenza incrociata.



Se il sistema è a più gradi di libertà le relazioni (a) continuano ad essere valide come relazioni tra matrici, ad esempio:

$$\{ Q(\omega) \} = [ H(\omega) ] \cdot \{ F(\omega) \}$$

e cioè

$$\{ Q(\omega) \} = \begin{bmatrix} h_{11}(\omega) & \dots & h_{1N}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{N1}(\omega) & \dots & h_{NN}(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ \dots \\ F_N(\omega) \end{Bmatrix}$$

Analogamente, per le relazioni fra le grandezze spettrali valgono formulazioni matriciali:

$$\{ S_q(\omega) \} = [ | H(\omega) |^2 ] \cdot \{ S_f(\omega) \}$$

$$\{ S_{f,q}(\omega) \} = [ H(\omega) ] \cdot \{ S_f(\omega) \}$$

E' noto che esiste una relazione tra la funzione di trasferimento  $H(\omega)$  ed i parametri modali, essendo il generico termine:

$$h_{rs}(\omega) = \sum_{k=1}^N \left\{ \phi_r^{(k)} \cdot \frac{\phi_s^{(k)}}{\sum m_n [\phi_n^{(k)}]^2} \cdot \frac{1}{\omega_k^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 + 2i\beta_k \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right) \right\}} \right\}$$

in cui:

$\{ \phi_r^{(k)} \}$  è il vettore degli spostamenti modali relativi al modo k-esimo;

$\omega_k$  è la pulsazione relativa a tale modo;

$\beta_k$  è il corrispondente smorzamento;

r, s sono gli indici relativi ai punti di applicazione del carico e di misura.

#### 4. Metodologia per la valutazione della pericolosità delle vibrazioni

Gli effetti delle vibrazioni indotte dal traffico veicolare e ferroviario possono risultare pericolosi e per l'integrità strutturale e per la salute degli abitanti. Una valutazione del pericolo di danno può effettuarsi confrontando i valori misurati sperimentalmente di alcuni parametri dinamici significativi con i livelli massimi prescritti dalle normative. Ad esempio la norma DIN 4150 [3] fornisce valori ammissibili di velocità per differenti tipi di edifici, intervalli di frequenza e posizione dei punti di misura. Nel caso di edifici che presentano segni di degrado può rendersi necessaria la diretta osservazione dell'apertura e dell'eventuale propagazione delle fessurazioni. Analogamente, una valutazione del pericolo per la salute degli abitanti può essere effettuata secondo la norma ISO 2631 parte 2 [4] o la norma UNI 9614 [5], registrando i segnali di vibrazione in termini di accelerazione e correlando i valori RMS alla banda di frequenza caratteristica del processo vibratorio. Risulta infatti che la sensazione di malessere degli abitanti dipende non soltanto dal livello di vibrazione ma anche dalla frequenza predominante. Da quanto sopra detto emerge che, dal punto di vista sperimentale è necessario non soltanto eseguire un'analisi nel dominio del tempo, misurando, nel caso di vibrazioni random, valori efficaci (RMS) dei parametri dinamici ma risulta fondamentale estendere l'analisi nel dominio delle frequenze, mediante il calcolo della trasformata di Fourier della risposta (densità spettrale di potenza o di energia) in modo da determinare anche le bande di frequenza caratteristiche del fenomeno. Un esempio di questo metodo di indagine è descritto in [6]. In questo caso, un'attenta analisi in frequenza ha permesso di evidenziare non solo alcune interessanti caratteristiche dell'eccitazione ma anche alcune proprietà della risposta strutturale. Una adeguata caratterizzazione delle vibrazioni di un edificio richiede un numero di posizioni di misura che dipende dalle dimensioni e dalla complessità dell'edificio stesso.

Ovviamente, la posizione più importante del punto di misura, quando l'eccitazione viene trasmessa dal terreno, è rappresentata dalla fondazione. Se questa non è direttamente accessibile i sensori possono essere fissati in zone adiacenti. Gli effetti indotti dal traffico, come del resto da altre sorgenti di vibrazioni antropiche, vengono amplificati nell'edificio in relazione con l'altezza. E' dunque necessario eseguire misure simultanee in corrispondenza

di diversi livelli. Ciò consente, utilizzando i concetti di densità spettrale di potenza ordinaria ed incrociata precedentemente illustrati, di determinare le funzioni di trasferimento, correlando il segnale registrato in fondazione con quelli registrati lungo l'altezza dell'edificio. Il numero dei sensori dipende dalla difficoltà connessa con l'identificazione del sistema (numero dei gradi di libertà in cui è possibile schematizzare l'edificio) e da limitazioni di natura economica. Talvolta, oltre che registrazioni di segnali "globali" (si pensi alla vibrazione orizzontale di un impalcato considerato come un grado di libertà in un edificio a molti gradi di libertà) può rivelarsi necessario registrare segnali "locali", in corrispondenza di pavimenti o pareti. Ciò in particolare riveste grande importanza nel caso in cui l'edificio debba ospitare attrezzature molto delicate e sensibili alle vibrazioni. In questo caso è utile determinare sperimentalmente lo spettro di risposta dei valori di picco delle quantità cinematiche. Nel caso delle vibrazioni indotte dal traffico, generalmente i sensori vengono orientati nella direzione radiale definita dalla linea che congiunge la sorgente al punto di misura. Tuttavia, ai fini della caratterizzazione dinamica, i sensori vengono preferibilmente disposti secondo gli assi principali di inerzia dell'edificio. La strumentazione di misura è costituita da:

- 1) i sensori, di solito accelerometri di tipo piezoelettrico o trasduttori di velocità;
- 2) il sistema di alimentazione dei trasduttori e di condizionamento del segnale;
- 3) il sistema di acquisizione dati (di solito costituito da un registratore magnetico o da sistemi digitali);
- 4) l'analizzatore di spettro (Fast Fourier Transformer).

## 5. Inquadramento normativo

- Lo studio della risposta delle costruzioni alle vibrazioni di natura antropica (come appunto quelle prodotte dal traffico), seppure riveste una sempre maggiore importanza ai fini della sicurezza e della durabilità dei manufatti, non è stato fino ad oggi affrontato con sistematicità.
- Tale carenza di informazioni si riflette anche a livello normativo. In ambito europeo, gli standards di riferimento sono:
  - ISO 4866 (1990): "Structural Vibration in Buildings":
    - Part 1: Principles, Predetermination and Measurement of Vibration Parameters;
    - Part 2: Effects on Buildings.
  - Notevolmente più sviluppata appare invece la normativa sugli effetti prodotti dalle vibrazioni sul corpo umano. In ambito europeo, gli standards di riferimento sono attualmente:
    - ISO 2631 (1985): "Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration":
      - Part 1: General Requirements;
      - Part 2: Continuous and Shock Induced Vibration in Buildings (1 to 80 Hz);
      - Part 3: Evaluation of Exposure to Whole-Body Z-Axis Vertical Vibration in the Frequency Range 0,1 to 0,63 Hz.
    - UNI 9614 (1990): "Misura delle Vibrazioni sugli Edifici e Criteri di Valutazione del Disturbo".
    - DIN 4150 (1986): "Structural Vibration in Buildings": Part 2: Effects on Humans in Buildings.
    - BS 6472 (1984): "Evaluation of Human Exposure to Vibrations in Buildings (1 to 80 Hz).
- Dall'esame degli standards attuali emerge che la valutazione degli effetti delle vibrazioni (sia sulle costruzioni che sugli esseri umani) viene effettuata attraverso la determinazione delle seguenti caratteristiche dinamiche:

1) TIPO DI VIBRAZIONE

2) DURATA DEL FENOMENO VIBRATORIO

### 3) RANGE DI FREQUENZA PREDOMINANTI

### 4) LIVELLO DELLA VIBRAZIONE (accelerazione, spostamento e, ai fini strutturali, velocità di vibrazione)

- La nocività del fenomeno vibratorio viene valutata mediante il confronto tra i livelli di vibrazione misurati ed i valori prescritti dalle norme. Tali valori, se non superati, sicuramente non producono danni strutturali o fisici (nel caso del corpo umano).

## 6. Effetti delle vibrazioni degli edifici

L'ambito della normativa è espresso molto chiaramente nella DIN 4150: le raccomandazioni forniscono valori limite che, se non superati, non risulteranno in alcun tipo di danno in termini di riduzione di un parametro, chiamato *Utility Value*, che potremmo definire come *Livello di Utilizzazione* dell'edificio.

Un *Pericolo di Instabilità* di una struttura o di un componente strutturale e una *Riduzione della Capacità Portante* degli orizzontamenti, costituiscono esempi di ciò che nella DIN 4150 si intende per riduzione dell'*Utility Value* di un edificio.

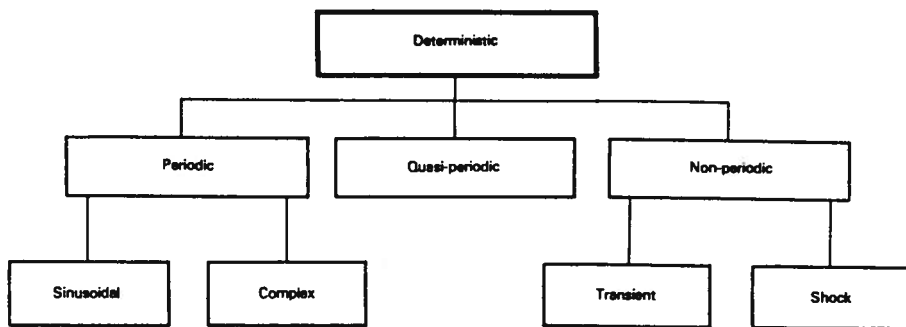
Nel caso di Edifici Civili e Monumentali il concetto di riduzione dell'*Utility Value* viene esteso alla *Formazione di Fessure sugli Intonaci* o all'*Ampliamento di Fessure Preesistenti* ed alla *Separazione delle Partizioni* o di *Tramezzature dai Muri Portanti*.

La norma ISO 4866 opera una classificazione del danno strutturale nelle seguenti categorie:

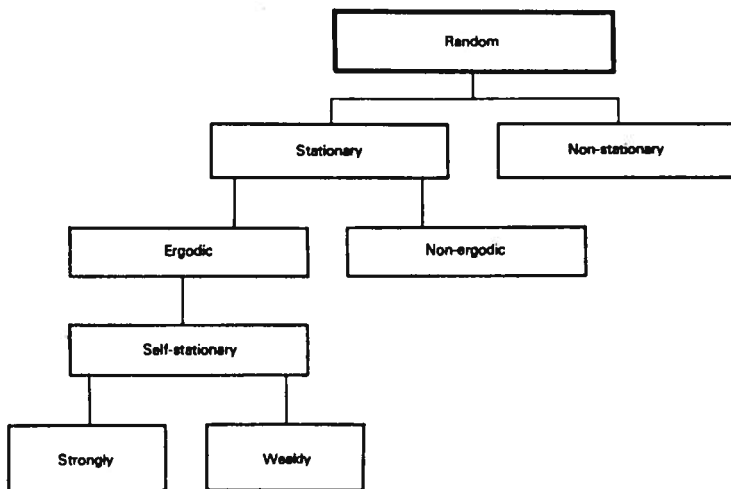
- COSMETIC: consistente nell'apertura di *Fessure Capillari* sugli intonaci e, nel caso di edifici in muratura, anche nei giunti di malta;
- MINOR: consistente nell'apertura di lesioni importanti, distacco d'intonaci e fessurazione dei mattoni;
- MAJOR: consistente in un danneggiamento degli elementi strutturali, come l'apertura di lesioni sulle colonne o sui pilastri, disgregazione dei giunti di malta, innesco di fessurazioni importanti in pareti murarie.

## 7. Tipi di vibrazione

E' importante riconoscere la natura del fenomeno perché la quantità di informazioni richieste dipende dalla complessità delle vibrazioni.



a) Deterministic data



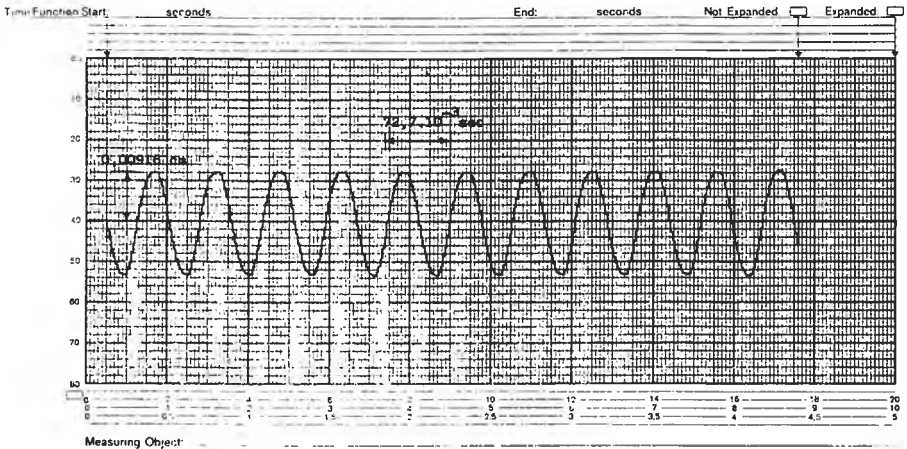
b) Random data

Fig.1

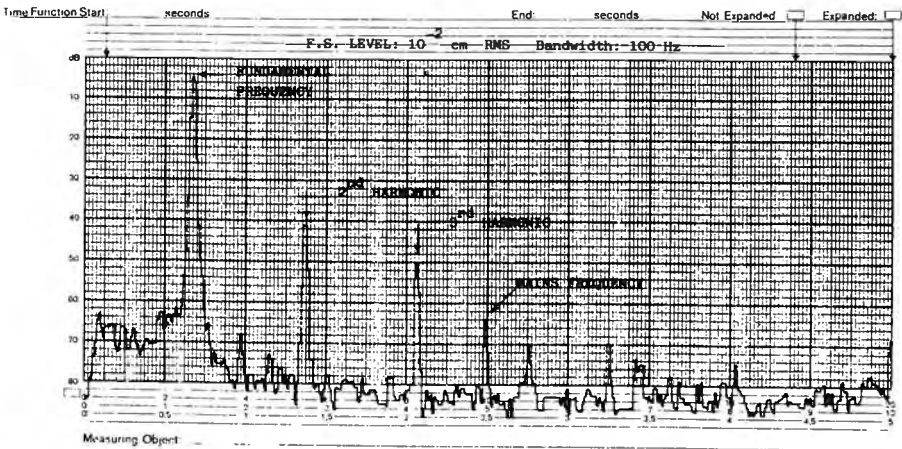
Le vibrazioni del tipo *Deterministico* possono essere descritte da un'esplicita funzione matematica.

Le vibrazioni di tipo *Random* sono descrivibili soltanto in termini probabilistici.

Un esempio di Fenomeno Periodico è quello relativo allo spostamento verticale di un solaio di un edificio soggetto agli effetti dell'eccitazione prodotta dall'infissione di diaframmi in acciaio.



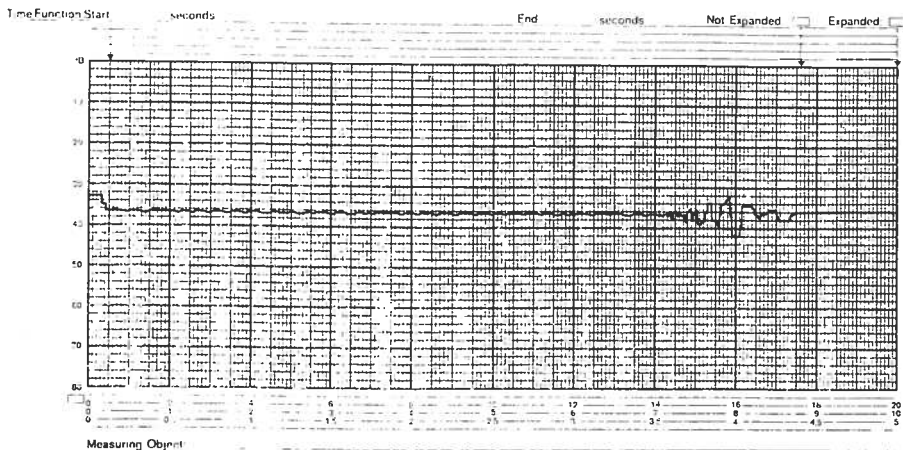
a: time-history dello spostamento



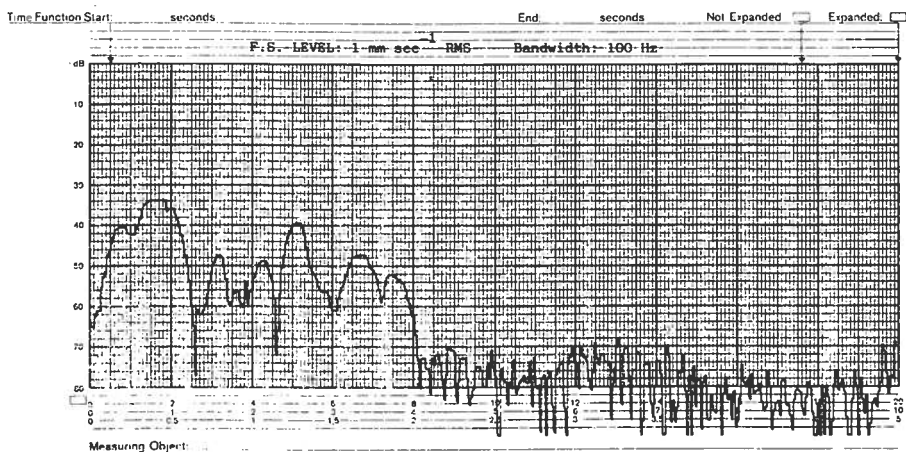
b: contenuto in frequenza

Fig. 2 (a,b)

Un esempio di Fenomeno Transitorio è fornito dalla vibrazione di un monumento (Arco Clementino in Ancona) prodotta dall'esplosione di cariche utilizzate in ambito portuale per la demolizione di una paratia (a circa 300 metri in linea d'aria dal monumento).



a: analisi del transiente nel dominio del tempo

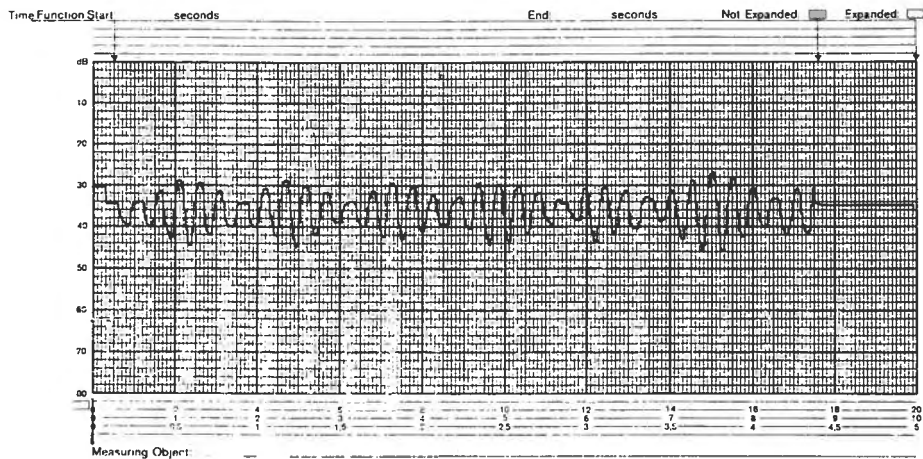


b: analisi spettrale ( $\sqrt{\text{PSD}}$ )

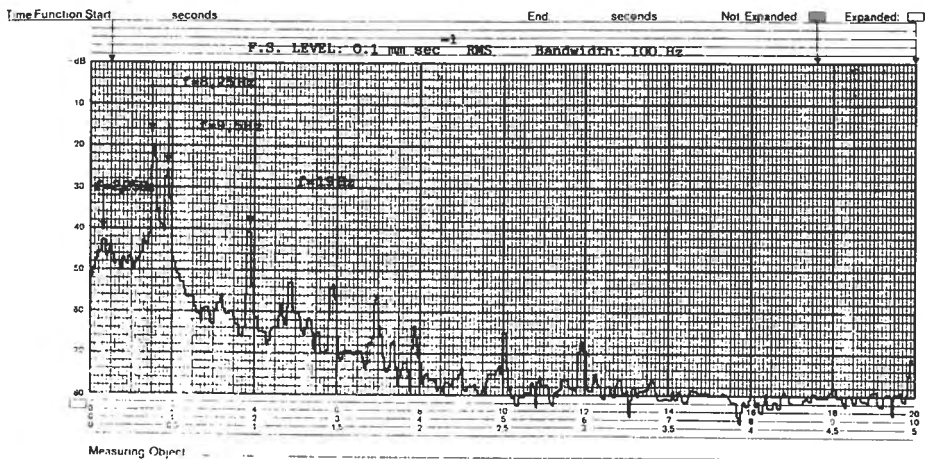
Fig. 3 (a,b)



Le vibrazioni indotte dal traffico ferroviario sono più simili a fenomeni Random a banda stretta. L'esempio mostra l'effetto prodotto su un monumento dal passaggio di un convoglio merci a bassa velocità.



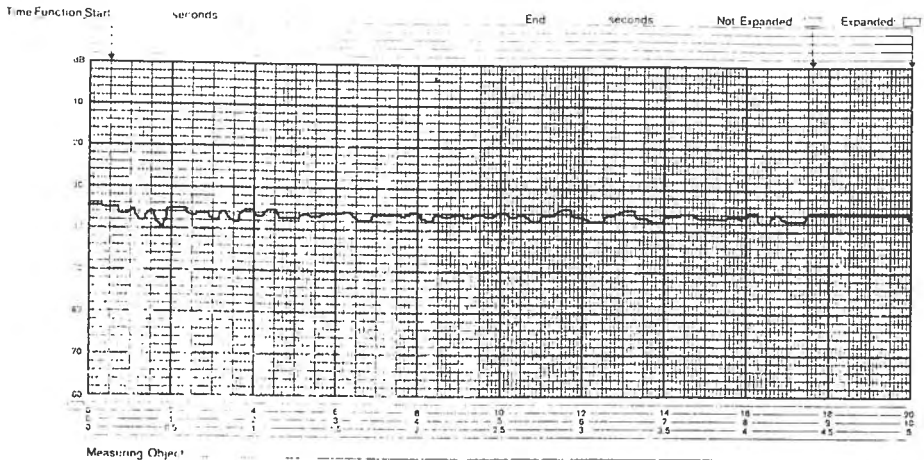
a: analisi nel dominio del tempo;



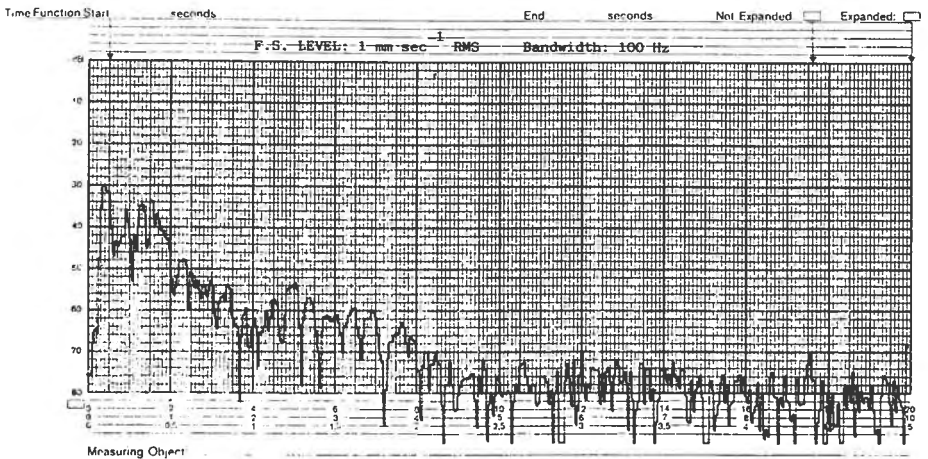
b: analisi spettrale

FIGURA 4(a,b)

Un esempio di segnale Random stazionario ergodico è fornito dalla vibrazione indotta dal traffico veicolare qualora il fenomeno sia caratterizzato da continuità nel tempo.



a: segnale nel dominio del tempo



b: analisi spettrale ( $\sqrt{\text{PSD}}$  con PSD = densità spettrale di potenza)

Fig. 5 (a,b)

## 8. Durata del fenomeno

Come già accennato nell'introduzione, la ISO 4866 introduce un parametro temporale caratteristico della struttura:

$$\tau_r = \frac{1}{2\pi \xi_r f_r}$$

che descrive il tempo richiesto dalla struttura per raggiungere il valore massimo della "Risposta Smorzata in Condizioni di Risonanza". Vale per tutti i tipi di vibrazione.

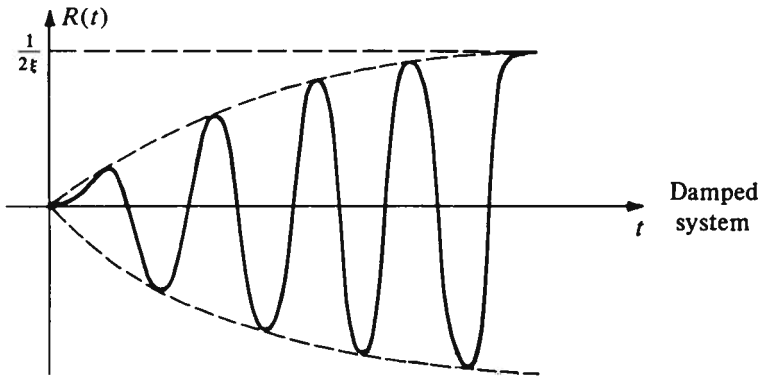


Fig. 6

Nell'espressione di  $\tau_r$  figurano:

$f_r$  = Frequenza Fondamentale <sup>7</sup> o Predominante

$\xi_r$  = Smorzamento (generalmente 2-5%)

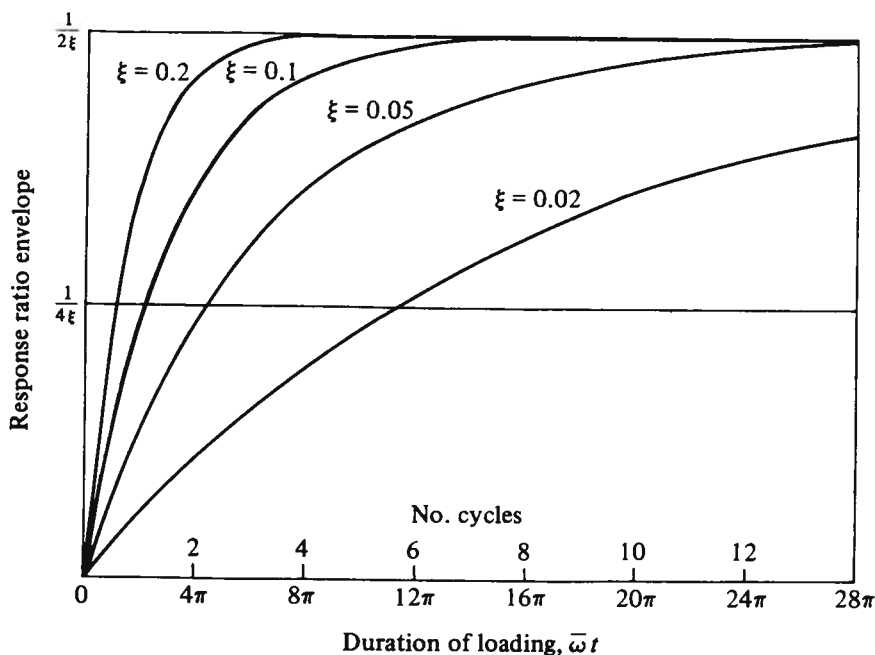


Fig. 7

La DIN 4150 distingue gli effetti prodotti sugli edifici dalle vibrazioni di breve durata (*Short-Term Structural Vibrations*) da quelli prodotti da vibrazioni definite "stazionarie" (*Steady-State Vibrations*) come possono essere quelle prodotte dall'infissione di pali o da altre eccitazioni di tipo periodico. Il traffico appartiene alla prima categoria di fenomeni. La distinzione tra le due categorie è motivata dal fatto che, nel caso di vibrazioni di tipo stazionario, possono manifestarsi fenomeni di risonanza e sintomi di fatica. In questo caso allora il valore massimo della velocità di vibrazione, che come si è accennato, costituisce il parametro dinamico di riferimento per la sicurezza strutturale, è inferiore a quello assunto nel caso di vibrazioni di breve durata.

## 9. Range di frequenze predominanti

- L'intervallo di frequenza delle vibrazioni dipende dalla distribuzione di componenti spettrali di livello significativo contenuto nel segnale di eccitazione e, naturalmente, dalle caratteristiche dinamiche dell'edificio.

Vibration forcing function	Frequency range Hz	Amplitude range $\mu\text{m}$	Particle velocity range mm/s	Particle acceleration range $\text{m/s}^2$	Time characteristic	Measuring quantities
Traffic road, rail, ground-borne	1 to 80	1 to 200	0,2 to 50	0,02 to 1	C/T	pvth
Blasting vibration ground-borne	1 to 300	100 to 2 500	0,2 to 500	0,02 to 50	T	pvth
Pile driving ground-borne	1 to 100	10 to 50	0,2 to 50	0,02 to 2	T	pvth
Machinery outside ground-borne	1 to 300	10 to 1 000	0,2 to 50	0,02 to 1	C/T	pvth/ath
Acoustic traffic, machinery outside	10 to 250	1 to 1 100	0,2 to 30	0,02 to 1	C	pvth/ath
Air over pressure	1 to 40				T	pvth
Machinery inside	1 to 1 000	1 to 100	0,2 to 30	0,02 to 1	C/T	pvth/ath
Human activities a) impact b) direct	0,1 to 100 0,1 to 12	100 to 500 100 to 5 000	0,2 to 20 0,2 to 5	0,02 to 5 0,02 to 0,2	T	pvth/ath
Earthquakes	0,1 to 30	10 to $10^5$	0,2 to 400	0,02 to 20	T	pvth/ath
Wind	0,1 to 10	10 to $10^5$			T	ath
Acoustic inside	5 to 500					

**Key**

C = continuous } (simplified categories, see 3.1 and 3.2)  
T = transient }

pvth = particle velocity time history  
ath = acceleration time history

**NOTES**

1 The ranges quoted are extremes but indicate the values which may be experienced and which may have to be measured (see also note 3). Extreme ranges of amplitude of displacement and frequency have not been used to derive particle velocity and acceleration.

2 The frequency range quoted refers to the response of buildings and building elements to the particular type of excitation. It is indicative only.

3 Vibration values within the ranges given may cause concern. There are no standards which cover all varieties of building, condition and duration of exposure, but many national codes associate the threshold of visible effects with peak particle velocities at the foundation of a building of more than a few millimetres per second. A significant probability of some damage is linked to peak particle velocities of several hundred millimetres per second. Vibration levels below the threshold of human perception (see ISO 2631-2) may be of concern in delicate and industrial processes.

Tab. 1 (tratta da ISO 4866)

- Nel caso di eccitazioni ambientali (come il vento ed il terremoto) ed antropiche (operazioni costruttive, esplosioni, macchinari e traffico) il range di frequenza che copre ogni tipo di sorgente di eccitazione è tra 0,1 Hz e 500 Hz. In particolare il traffico veicolare e ferroviario produce problemi sia dal punto di vista strutturale che della salute nel range di frequenza da 1 Hz a 80 Hz.

Source of vibration	Velocity amplitude ( $\times 10^{-3}$ mm sec. <sup>-1</sup> )		Frequency bandwidth (*)
	Peak	RMS	Hz
Background noise . . .	–	10	0 ÷ 30
Heavy traffic . . . . .	168	80	0 ÷ 30
Railway wagons . . . .	398	–	0 ÷ 110
Explosion . . . . .	237	–	0 ÷ 150

(\*) Frequency bandwidth includes amplitudes within an attenuation level of 30 dB. Bandwidth is narrowed to 10 Hz, in the case of traffic excitation, if an attenuation level of 20 dB is taken into consideration.

Tab. 2 valori sperimentali registrati sull'Arco Clementino di Ancona

## 10. Livelli di vibrazione

Il livello massimo di vibrazione accettabile dipende dalla "sensibilità" degli edifici alle vibrazioni meccaniche trasmesse dal terreno. A questo proposito la ISO 4866 distingue varie categorie di strutture in base alla loro resistenza alle vibrazioni.

Category of structure	Group of building (see clause A.4)		
	1	2	
Resistance to vibration decreasing	1	<p>Heavy industrial multi-storey buildings, five to seven storeys high, including earthquake-resistant forms</p> <p>Heavy structures, including bridges, fortresses, ramparts</p>	<p>Two- and three-storey industrial, heavy-frame buildings of reinforced concrete or structural steel, clad with sheeting and/or infilling panels of blockwork, brickwork, or precast units, and with steel, pre-cast or <i>in situ</i> concrete floors</p> <p>Composite, structural steel and reinforced concrete heavy industrial buildings</p>
	2	Timber frame, heavy, public buildings, including earthquake-resistant forms	Five- to nine-storey (and more) blocks of flats, offices, hospitals, light-frame industrial buildings of reinforced concrete or structural steel, with infilling panels of blockwork, brickwork, or precast units, not designed to resist earthquakes
	3	Timber-frame, single- and two-storey houses and buildings of associated uses, with infilling and/or cladding, including "log cabin" kinds, including earthquake-resistant forms	Single-storey moderately lightweight, open-type industrial buildings, braced by internal cross walls, of steel or aluminium or timber, or concrete-frame, with light, sheet-cladding, and light panel-infilling, including earthquake-resistant types
	4	Fairly heavy multi-storey buildings, used for medium warehousing or as living accommodation varying from five to seven storeys or more	Two-storey, domestic houses and buildings of associated uses, constructed of reinforced blockwork, brickwork or precast units, and with reinforced floor and roof construction, or wholly of reinforced concrete or similar, all of earthquake-resistant types
	5	Four- to six-storey houses, and buildings of associated urban uses, made with blockwork or brickwork, load-bearing walls of heavier construction, including "stately homes" and small palace-style buildings	Four- to ten-storey domestic and similar buildings, constructed mainly of lightweight load-bearing blockwork and brickwork, calculated or uncalculated, braced mostly by internal walls of similar material, and by reinforced concrete, preformed or <i>in situ</i> floors at least on every other storey.
	6	<p>Two-storey houses and buildings of associated uses, made of blockwork, brickwork or pis-à-terre, with timber floors and roof</p> <p>Stone- or brick-built towers, including earthquake-resistant forms</p>	Two-storey domestic houses and buildings of associated uses, including offices, constructed with walls of blockwork, brickwork, precast units, and with timber or precast or <i>in situ</i> floors and roof structures
	7	<p>Lofty church, hall and similar stone- or brick-built, arched or "articulated" type structures, with or without vaulting, including arched smaller churches and similar buildings</p> <p>Low heavily constructed "open" (i.e. non-cross-braced) frame church and barn type buildings including stables, garages, low industrial buildings, town halls, temples, mosques, and similar buildings with fairly heavy timber roofs and floors</p>	Single- and two-storey houses and buildings of associated uses, made of lighter construction, using lightweight materials, pre-fabricated or <i>in situ</i> , separately or mixed
	8	<p>Ruins and near-ruins and other buildings, all in a delicate state</p> <p>All class 7 constructions of historical importance</p>	

Tab. 3

La sensibilità di una struttura alle vibrazioni dipende non soltanto dal *tipo di edificio* ma anche dal *tipo di fondazione*. La ISO 4866 individua 14 classi di edifici a sensibilità crescente (o resistenza decrescente).

Class of building <sup>1)</sup>	Category of structure (see table A.1)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
	Categories of foundations (capital letters) and types of soil (lower case letter) (see clause A.5 and clause A.8)								
← Level of acceptable vibration decreasing	1	A a							
	2	A b	A a	A a	A a				
	3		A b B a	A b B a	A b	A a A b			
	4		A c B b	B b	A c	A c B a B b			
	5		B c	A c		B c	B a		
	6		A f		A d	B d	B b C a	B a	
	7			A f	A e	B e	B c C b	B b C a	
	8						B e C c	B c C b	
	9		B f				C d	B d C c	A a
	10			B f			C e	B e C d	A b
	11				C f	C f		C e	B a
	12						C f		B c C a
	13							C f	B d C b C c
	14								C d C e C f

1) High class number = high degree of protection required.

Tab. 4

La DIN 4150 prescrive i valori limite delle velocità di vibrazione per differenti tipi di edificio.



Line	Type of structure	Vibration velocity, $v_1$ , in mm/s			
		Foundation			Plane floor of uppermost full storey
		At a frequency of			Frequency mixture
		less than 10 Hz	10 to 50 Hz	50 to 100* Hz	
1	Buildings used for commercial purposes industrial buildings and buildings of similar design	20	20 to 40	40 to 50	40
2	Dwellings and buildings of similar design and/or use	5	5 to 15	15 to 20	15
3	Structures that, because of their particular sensitivity to vibration, do not correspond to those listed in lines 1 and 2 and are of great intrinsic value (e.g. buildings that are under a preservation order)	3	3 to 8	8 to 10	8

\* For frequencies above 100 Hz at least the values specified in this column shall be applied.

Tab. 5 I valori limite differiscono a seconda se la misura dei livelli viene eseguita alla quota delle fondazioni o alla quota massima

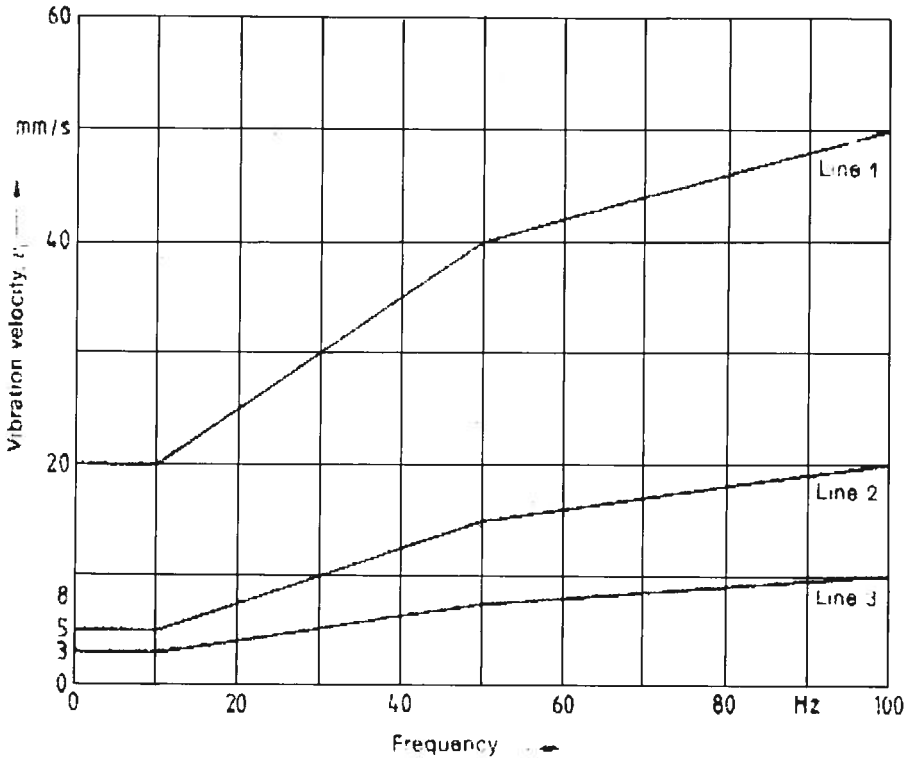


Fig. 8 diagramma dei valori limite per misure in fondazione

## 11. Metodi per la riduzione delle vibrazioni indotte dal traffico

Le sorgenti di eccitazione possono essere divise in due gruppi:

- 1) eccitazione dipendente dal veicolo;
- 2) eccitazione dipendente dalla via di corsa.

Il primo gruppo è costituito dalle vibrazioni flessionali degli assali e dalle vibrazioni verticali degli assali sulle rotaie nonché l'irregolarità delle ruote. Al secondo gruppo appartengono gli effetti prodotti dall'irregolarità del fondo stradale o dalle rotaie. Le caratteristiche dinamiche di queste sorgenti di eccitazione dipendono sostanzialmente dalla velocità dei veicoli. Le vibrazioni possono essere minimizzate mediante:

- 1) isolamento attivo delle sorgenti;
- 2) variazione artificiale dell'impedenza del suolo;
- 3) isolamento passivo degli edifici.

## 12. Valutazione della risposta strutturale a nuove sorgenti di vibrazione (indagine predittiva)

### Obiettivo:

previsione dei livelli di vibrazione raggiunti negli edifici prossimi a linee ferroviarie o viarie di nuova costruzione e confronto con i valori suggeriti dalla normativa in vigore (ad esempio DIN 4150 o ISO 2631).

### Metodologia:

- 1) determinazione sperimentale delle funzioni di trasferimento  $h_{ij}$  che legano l'ampiezza di vibrazione (in termini di velocità) in ciascun punto di misura negli edifici a ciascuna postazione di eccitazione lungo la linea;
  - 2) determinazione sperimentale dell'entità e del contenuto in frequenza della forzante (ad esempio treno o veicoli pesanti) densità spettrale di potenza  $S_{fj}(\omega)$ ;
  - 3) determinazione analitica della densità spettrale di potenza incrociata  $S_{xij}(\omega)$  della velocità;
- $$S_{xij}(\omega) = \left| h_{ij}(\omega) \right|^2 \cdot S_{fj}(\omega)$$
- 4) determinazione del valore effettivo (RMS) della velocità nel punto di osservazione  $i$  prodotta dall'eccitazione in  $j$ ;

$$x_{ij}(\text{RMS}) = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_{ij}(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_0} S_{xij}(\omega) d\omega}$$

- 5) confronto tra  $x_{ij \max}$  ed i valori prescritti dalle norme.

# INDAGINI NON DISTRUTTIVE DINAMICHE PER IL COLLAUDO DEI PONTI

GIOVANNI MENDITTO

*Le strutture da ponte di nuova costruzione e quelle che hanno subito degli interventi di ristrutturazione o ampliamento prima di essere aperte al traffico, richiedono un controllo delle loro caratteristiche. A tal fine vanno programmate prove statiche e dinamiche.*

*Vengono illustrate in particolare alcune tecniche per indagini non distruttive di tipo dinamico.*

## 1. Introduzione

Ponti di nuova costruzione, ponti ristrutturati o riadeguati, richiedono per l'apertura al traffico l'esecuzione di una campagna di prove (cosiddette di accettazione) predisposta per verificare la corrispondenza delle caratteristiche reali del manufatto a quelle ipotizzate dal calcolo.

La campagna sperimentale può articolarsi su prove:

- a) normali, allorquando l'esecuzione del manufatto risulti conforme al progetto. In questo caso le azioni da adottare sono unicamente quelle di progetto;
- b) severe, se vi sono differenze tra l'eseguito ed il progetto in termini dimensionali, di materiali, di opere fondali o se la risposta strutturale del manufatto alle azioni di progetto dovesse apparire insufficiente anche dopo prove ripetute;
- c) eccezionali, nel caso che il manufatto debba essere sollecitato da azioni particolari (trasporti eccezionali od altre circostanze).

Con riferimento alla durata si distingue tra prove (statiche e/o dinamiche) di "breve" durata e prove a "lungo tempo" richieste per controlli periodici nel caso che siano da temere nel manufatto rilevanti effetti reologici (viscosità, ritiro), perdite di tensione in cavi pretesi nelle opere in c.a.p. ovvero se le fondazioni dell'opera abbiano ad interessare terreni con caratteristiche indeterminate o che si evolvono nel tempo o quando l'opera non soddisfa i requisiti progettuali anche dopo l'applicazione di ripetuti carichi statici o, infine, nel caso di strutture assemblate, si abbia la necessità di verificare l'efficienza delle azioni nel tempo.

Norme di particolare interesse sulle modalità con cui condurre una campagna di prove sui ponti sono contenute nelle "Czechoslovak Standard CSN 736209 Loading test of bridges, Stata Standard".[7]

## 2. Analisi dinamica

Obiettivo dell'analisi dinamica di un ponte è la valutazione delle caratteristiche dinamiche del manufatto (frequenze di vibrazione, accelerazione, deformata dinamica etc.) al fine di:

- a) verificare le ipotesi poste alla base dei calcoli teorici e quindi l'utilizzo dell'opera con i richiesti livelli di sicurezza;
- b) valutare il coefficiente di amplificazione dinamica <sup>8</sup>;
- c) valutare gli intervalli di frequenza, accelerazione, ampiezza di vibrazione <sup>9</sup>;
- d) verificare le assunte proprietà di materiali e seguirne l'evoluzione nel tempo;
- e) verificare l'adeguatezza dei coefficienti di impatto previsti in alcune normative <sup>10</sup>.

L'analisi dinamica viene articolata:

- i) nella progettazione della prova dinamica stabilendo le stazioni di rilievo e le grandezze da misurare, indicando i sistemi di eccitazione e le apparecchiature di misura;
- ii) nell'analisi dinamica che consente di misurare le caratteristiche dinamiche quali ad es. le frequenze naturali, gli effetti delle vibrazioni forzate, etc..

Eventuali manifestazioni di degrado abbattano la rigidità ed incrementano lo smorzamento del manufatto con conseguenti variazioni delle proprietà dinamiche (frequenze modali o autofrequenze, modi di vibrazione e rapporti modali di smorzamento).

I parametri dinamici di una struttura danneggiata devieranno da quelli originari e tali variazioni potranno essere utilizzate come indice di localizzazione e quantificazione globale del danno.

Le analisi, nel passato, si sono focalizzate sulle variazioni delle frequenze modali sebbene questo parametro vari solamente in proporzione della radice quadrata della variazione di rigidità.

In prospettiva si pensa di far riferimento alle forme modali che appaiono più pronunciate (Figg. 1,2,3).

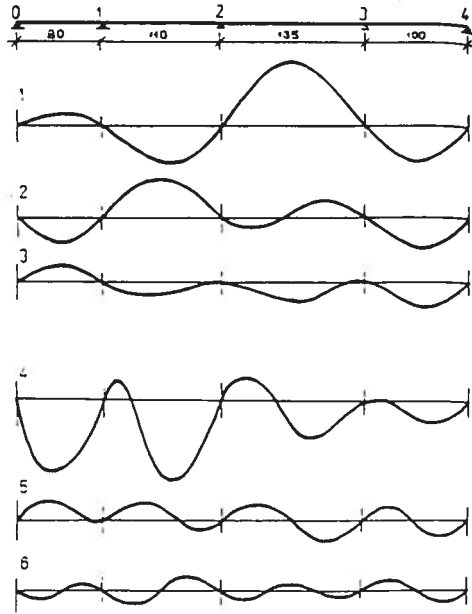


Fig. 1 Forme Modali di Vibrazione Naturale (Ponte sul Fiume Oslava in Velké Mezířici)

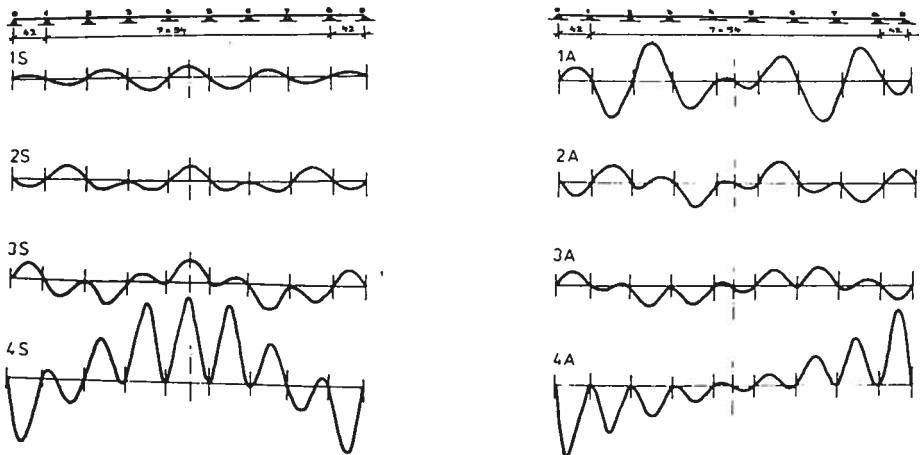


Fig. 2 Forme Modali di Vibrazione Naturale (Ponte sul Fiume Sazava in Hvezdonia)

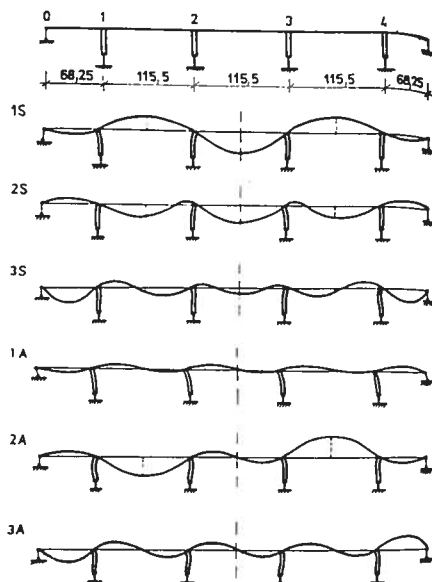


Fig. 3

Primi 3 modi di vibrazioni naturali simmetriche e primi 3 modi di vibrazioni naturali antisimmetriche per il ponte di Kl.Gottwald nel Nuale Valley in Praga.

Al fine di avere un ordine di grandezza delle frequenze naturali dei ponti, si riportano nella tab. 1 i valori ottenuti per le strutture delle Figg. 1,2,3.

Frequenze naturali	Ponte Klement Gottwald a Praga		Ponte a Hvezdonice		Ponte a Velké Meziri	
	Calcolate (Hz)	Corrette (Hz)	Calcolate (Hz)	Corrette (Hz)	Calcolate (Hz)	Corrette (Hz)
1. sim	1.39	1.36	2.39	-	0.75	0.72
2. sim	2.25	2.16	2.96	-	1.19	1.33
3. sim.	4.19	3.77	3.89	-	3.27	-
1. sim	0.43	0.43	2.61	-	1.17	1.08
2. sim	1.76	1.69	3.39	-	2.22	1.78
3. sim	3.99	3.59	4.40	-	4.60	-
	Struttura a telaio		Trave continua prismatica		Trave continua non prismatica	

Tab. 1



iii) nella conduzione della prova, ad opera ultimata e subito prima dell'apertura al traffico <sup>11</sup>. Questa fase richiede particolare attenzione poiché, in genere, si è in presenza di un considerevole numero di apparecchiature, ad alta sensibilità, che lavorano in contemporanea. E' opportuno un controllo del campo elettromagnetico della zona in cui si opera al fine di evitare disturbi o alterazioni nella strumentazione di misura.

La catena di misura (Fig. 4) inizia con un convertitore che trasforma le quantità meccaniche misurate in quantità elettriche, adattandole per l'uscita nel successivo elemento di catena costituito da un amplificatore.

L'ultimo elemento della linea è costituito da un apparato che consente la lettura o la registrazione dei dati finali delle grandezze misurate.

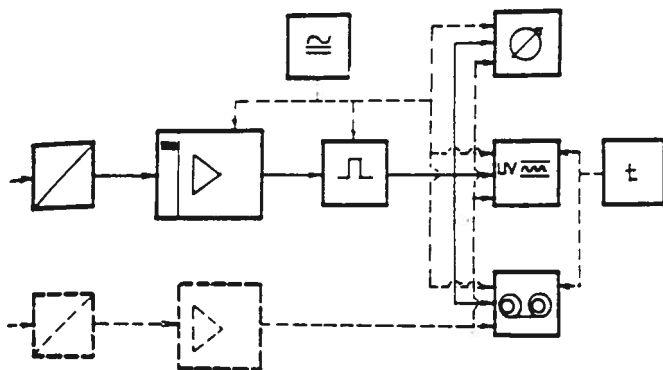


Fig. 4

Spesso nella catena di misura viene inserito un filtro o un analizzatore capace di rilevare le singole componenti armoniche oppure un oscilloscopio od un voltmetro digitale per monitorare il processo vibratorio.

Durante l'esecuzione delle prove dinamiche occorre altresì verificare che l'ampiezza di fessure eventualmente prodottesi nei manufatti in conglomerato armato sia contenuta nelle indicazioni delle normative.

### 3. Prove dinamiche

Negli impalcati da ponte l'obiettivo della prova dinamica è di determinare:

- i) la frequenza relativa al 1° modo flessionale;
- ii) lo smorzamento del 1° modo;
- iii) la massima amplificazione dinamica ottenibile.

Le prove dinamiche sono precedute da una prova "quasi statica" che vede il sovraccarico (autocarri) posizionato lentamente<sup>12</sup> in corrispondenza della mezzaria della campata. E' così possibile determinare sperimentalmente la freccia "statica" da confrontare con gli spostamenti ottenuti allorquando i sovraccarichi vengono introdotti a velocità crescente (incremento dinamico).

E' noto, infatti, come definiti:

$A_{STAT}$  : l'ampiezza della componente verticale dello spostamento nella mezzaria della campata indotta dal carico "quasi statico";

$A_{DYN(V)}$  : l'ampiezza della componente verticale dello spostamento nella mezzaria della campata con il sovraccarico (automezzo) lanciato alla velocità V;

$f_n$  : la frequenza naturale (oscillazione libera) in Hz, inverso del periodo T (intervallo di tempo tra un massimo relativo ed il successivo);

$\Delta \phi_{max}$  : il coefficiente di incremento dinamico;

$\phi_{max}$  : il coefficiente dinamico ( $\phi_{max} = 1 + \Delta \phi_{max}$ );

$\delta$  : il decremento logaritmico alla frequenza naturale (logaritmo del rapporto tra due massimi successivi);

v : il fattore di smorzamento;

risulta:

$$\Delta \phi_{max} = \frac{A_{DYN(V)} - A_{STAT}}{A_{STAT}} \times 100 \quad (1)$$

$$v = \frac{\delta}{4\pi^2 + \delta^2} \quad 13 \quad (\text{Fig. 5}) \quad (2)$$

Le prove dinamiche si eseguono facendo transitare uno o più veicoli a cavallo della linea d'asse dell'impalcato, in corrispondenza della quale si crea un risalto (Fig. 6).

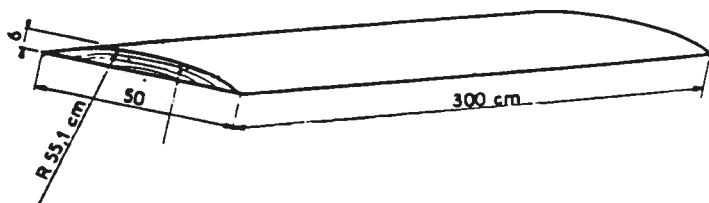


Fig. 6

I trasduttori di spostamento vengono collegati mediante fili metallici di rinvio a punti situati all'intradosso della soletta inferiore, sulla verticale degli accelerometri (Fig. 7).

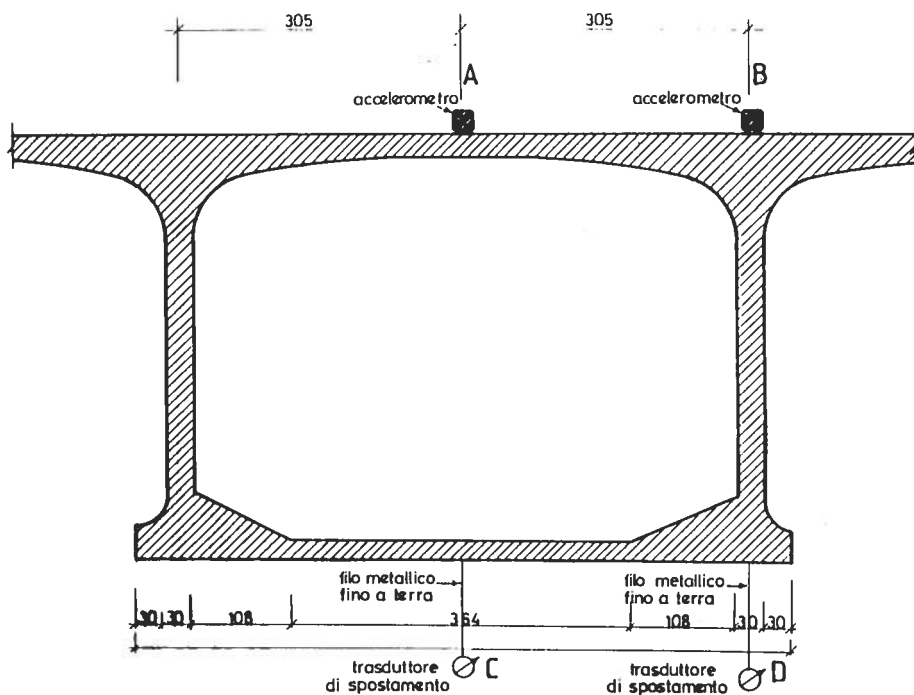


Fig. 7

I segnali provenienti dagli accelerometri e dai trasduttori, proporzionali rispettivamente alla componente verticale delle accelerazioni e degli spostamenti, opportunamente filtrati ed amplificati, vengono registrati su supporto magnetico per la successiva elaborazione.

Quest'ultima fase richiede l'uso di analizzatore di spettro a banda stretta, di un registratore grafico di livello e di un registratore analogico x-y.

I risultati delle prove dinamiche sono consegnati per ciascuna campata attraverso diagrammi spostamento-velocità automezzo (Fig. 8) sia in salita che in discesa.

L'ispezione delle registrazioni consente di dedurre i valori di  $A_{STAT}$  e  $A_{DYN}(V)$  (Tab. 2), il coefficiente dinamico ( $\phi$ ) (Tab. 3) ed il coefficiente di smorzamento ( $\nu$ ) (Tab. 4), ed il periodo fondamentale (Fig. 9).

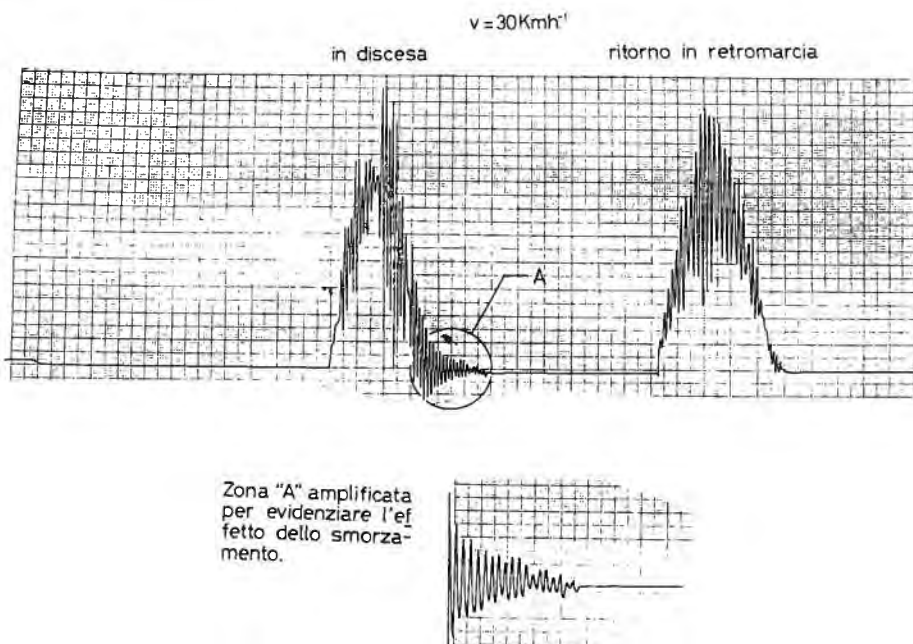


Fig. 8

CAMPATA (dalla spalla)	A <sub>STAT</sub> (mm)	A <sub>DYN</sub> (V) (mm)			
		MAX		MIN	
		senza risalto	con risalto	senza risalto	con risalto
1°	1.15	1.40	1.70	1.28	1.45
2°	1.83	2.75	3.00	2.03	2.68
13°					

Tab. 2

CAMPATA (dalla spalla)	FREQUENZA f <sub>n</sub> (Hz)	DEFINIZIONE di MARCIA	VELOCITÀ del VEICOLO  (kmh <sup>-1</sup> )	COEFF. DIN. Ø			
				senza risalto		con risalto	
N°	luce (m)			Max	Min	Max	Min
1	27	10.50	10	1.220	1.110	1.48	1.26
			20				
			30				
			50				
2	35	salita	10	1.502	1.093	163	
			20				
			30				
		discesa	20	1.448	1.110		
			50				

Tab. 3

CAMPATA (dalla spalla)	FREQUENZA (Hz)	DECREMENTO LOGARITMICO	FATTORE D SMORZAM.	
N°	luce (m)	$\delta = - \ln \frac{1}{n}$ (ampiezza) 2° ciclo (ampiezza) 1° ciclo	(V)	
1°	27	10.50	0.069	0.01098
2°	35	4	0.096	0.01528
13°	35	4	0.096	0.01528

Tab. 4

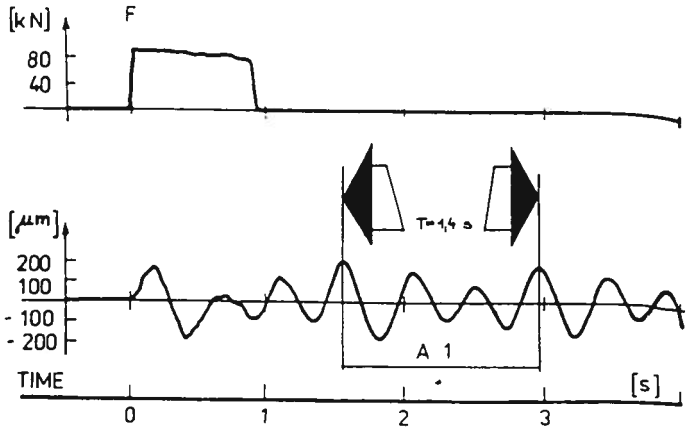


Fig. 9

#### 4. Identificazione strutturale

La prova dinamica, da sola o in combinazione con altre indagini non distruttive, costituisce un utile strumento di diagnosi per decidere in tempi brevi sulle condizioni statiche di un manufatto. Infatti, come si è detto nel caso in cui si siano avute alterazioni strutturali, queste si riflettono sui valori dei parametri modali.

E' il caso dei ponti interessati da manifestazioni apparenti di degrado, per i quali occorre decidere se mantenere il manufatto in esercizio a pieno carico di progetto o ad un carico ridotto o, addirittura, interdirlo al traffico.

Il procedimento che si segue è quello dell'identificazione strutturale, che ha come riferimento sperimentale la caratterizzazione dinamica della struttura.

L'identificazione di un sistema è la determinazione, in base ai dati di ingresso ed uscita e di un modello  $M$ , che, all'interno di una specifica classe di modelli  $S(M)$ , risulti equivalente al sistema in esame, secondo un certo criterio di scelta.

L'identificazione dei sistemi segue due direttrici principali (fig. 10):

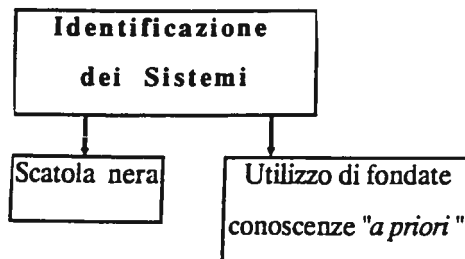


Fig. 10

- quella a "scatola nera" che non fa ipotesi sul comportamento e sulla qualità del sistema, basandosi unicamente sui risultati delle osservazioni sperimentali eseguite sul sistema reale;
- quella che nella formulazione del modello fa riferimento a delle conoscenze di comprovata attendibilità già note prima della sperimentazione.

Nell'ambito della meccanica delle strutture, l'"identificazione" può essere intesa secondo due orientamenti (Fig. 11):

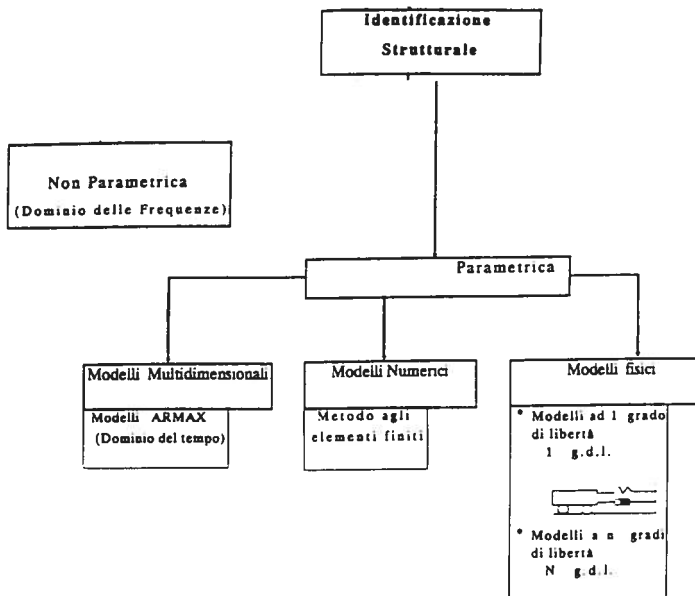


Fig. 11

- identificazione parametrica, quando il modello della struttura risulta univocamente definito a meno di un vettore di parametri (come p. es. condizioni di vincolo, interazione della struttura con altre, etc.) che vengono assunti come incognite del problema. L'identificazione consiste allora nella ricerca del vettore che minimizza l'errore risultante dal confronto delle grandezze osservate sul sistema reale con le risposte fornite dal modello.

Nell'ambito dell'identificazione parametrica vengono proposti:

- i) modelli fisici semplificati, accettabili in riferimento al comportamento principale e preponderante della struttura, per i quali viene fissato a priori il grado di libertà della struttura stessa, le cui caratteristiche elastiche e dissipative, vengono concentrate in specifici punti;
- ii) modelli multidimensionali, nei quali ogni relazione tra due degli N gradi di libertà del sistema è espressa da un'equazione alle differenze il cui ordine e l'insieme delle costanti che definiscono tale relazione sono l'oggetto dell'identificazione;
- iii) modelli numerici, sviluppati secondo il procedimento agli elementi finiti in base a scelte ed ipotesi da effettuarsi a seconda del tipo di strutture che si va ad esaminare. Nel modello numerico alcune grandezze sono tenute variabili (come p. es. le condizioni di vincolo) e costituiscono il vettore dei parametri oggetto dell'identificazione.

In genere si parte da un modello iniziale per assumere nozioni sulle caratteristiche dinamiche della struttura (forme modali, campo di frequenze in cui si riscontrano le prime risonanze strutturali, analisi delle masse partecipanti, etc.) in modo da poter progettare ed eseguire la prova sperimentale di caratterizzazione dinamica.

Per esempio l'impalcato viene visto come una trave prismatica a rigidità e densità costante che, come è noto, in regime flessionale, soddisfa l'equazione indefinita di equilibrio:

$$EJ \frac{d^4 v(z)}{dz^4} - \mu w^2 v(z) = 0 \quad (6)$$

con:

$v(z)$  = componente verticale dello spostamento della sezione posta a distanza  $z$  dall'origine;

$\mu$  = massa per unità di lunghezza;

$E$  = modulo di elasticità normale;

$J$  = momento di inerzia baricentrico della sezione;

$w$  = frequenze circolari (o pulsazioni naturali) della trave prismatica.

Nel caso di vincoli alle estremità dell'impalcato schematizzabili come appoggi semplici:



$$w_n = (n\pi)^2 \frac{EJ}{\mu l^4} \quad (7)$$

dove:

$l$  = lunghezza della trave;

$n$  = numero naturale.

Si instaura poi un processo ciclico di confronto e modifica tra il modello della struttura ottenuto sperimentalmente e quello numerico, continuamente aggiornato, sino a raggiungere quel modello che identifica "al meglio" il comportamento reale della struttura (Fig. 12).

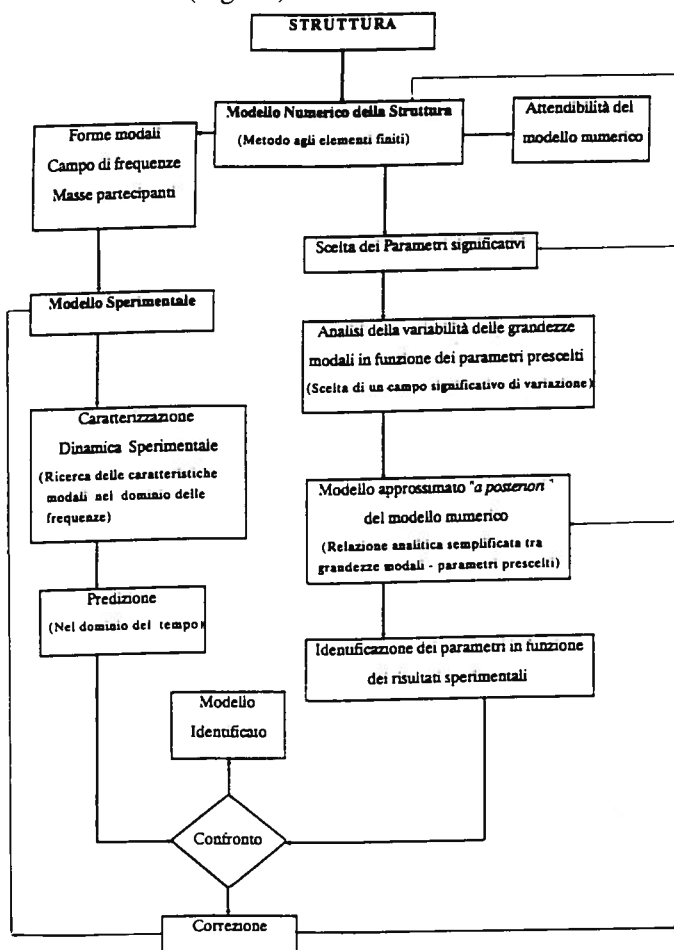


Fig. 12

- identificazione non parametrica che, nella formulazione del modello teorico, ricerca invece un funzionale rappresentativo del comportamento reale della struttura basandosi su informazioni assunte sperimentalmente.

L'esempio che segue illustra una metodologia di indagine dinamica relativa ad un ponte in conglomerato cementizio con armatura lenta con piedritti costituiti da archi portali binati (Figg. 13,14,15).

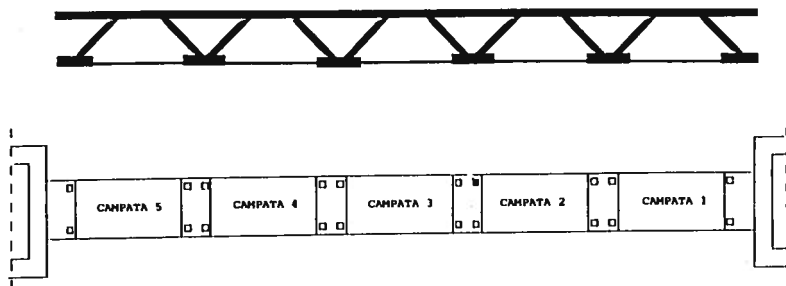


Fig. 13

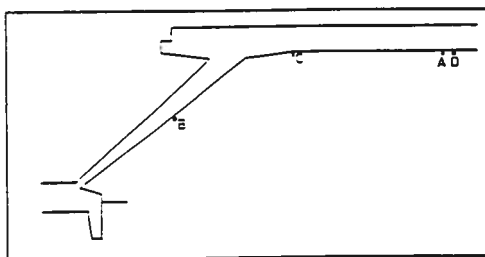


Fig. 14

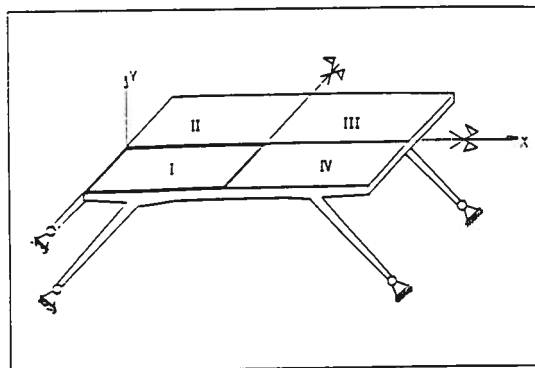


Fig.15

Due accelerometri piezoelettrici (A e D) sono stati collocati al centro delle travi di estremità di ciascun arco-portale, un accelerometro piezoelettrico in corrispondenza della variazione di sezione (C) ed un altro (B) al centro dell'elemento inclinato (Fig. 14).

Per la determinazione delle frequenze principali sono state utilizzate le risposte relative alle stazioni A e D mentre le risposte alle stazioni B e C servivano da controllo.

L'ispezione dei risultati delle registrazioni effettuate sotto traffico (Figg. 16,17,18,19) ha indicato:

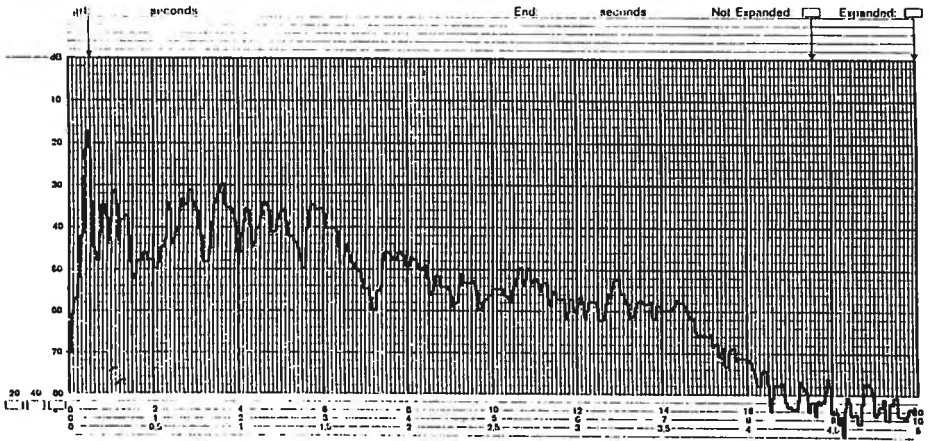


Fig. 16 Spostamento punto D - frequenze fondamentali 5,50; 9,00; 12,00 Hz

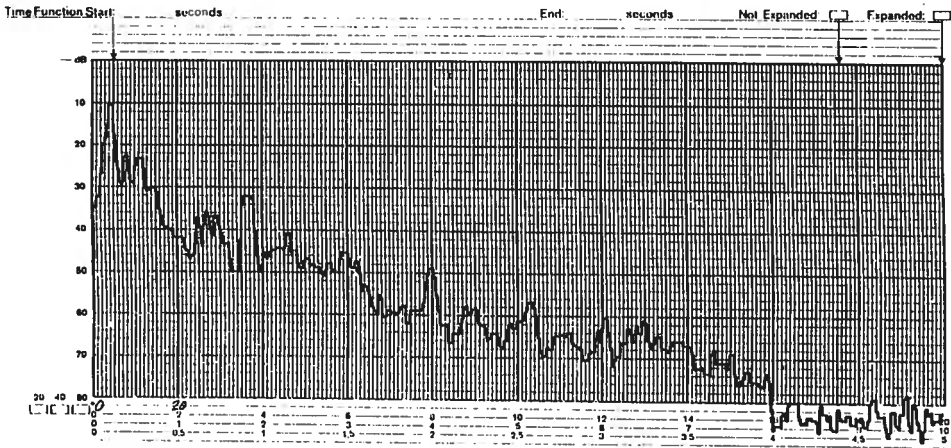


Fig. 17 Velocità punto D - frequenze fondamentali 5,50; 9,00; 12,00 Hz

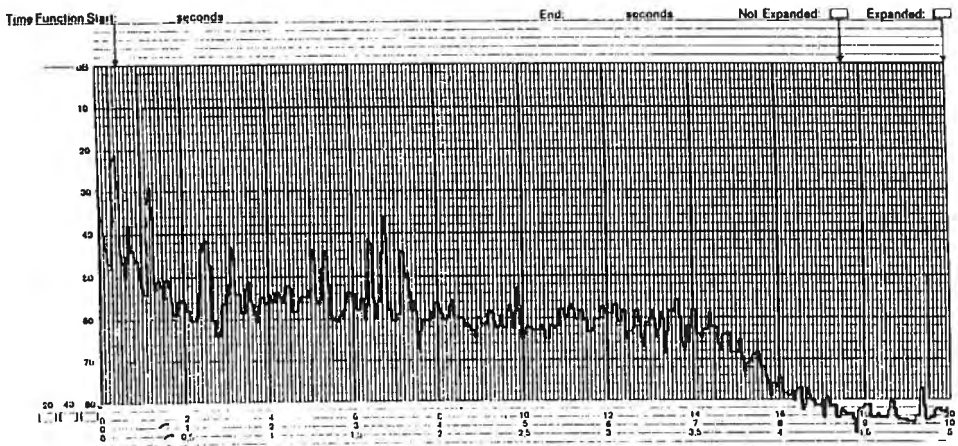


Fig. 18 Accelerazione punto D - frequenze fondam. 5,50; 9,00; 12,00 Hz

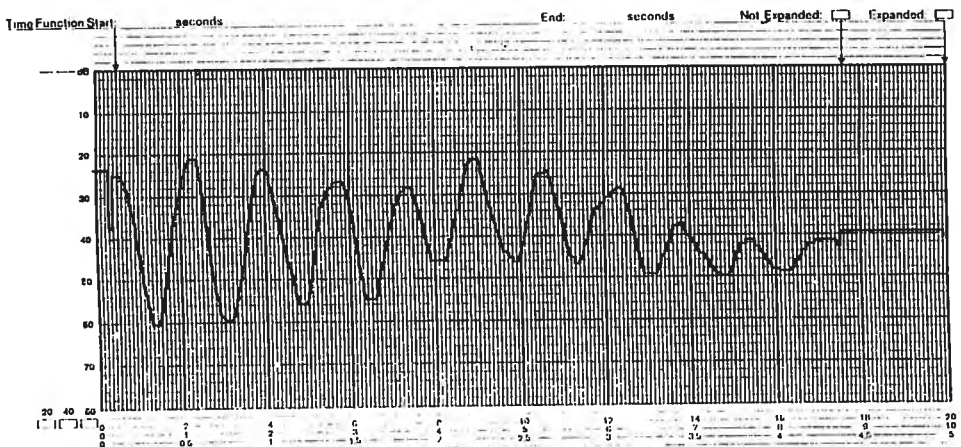


Fig. 19 Time history dello spostamento del punto D

- a) una frequenza del primo modo di vibrazione (fondamentale) di 5,50 Hz ed uno smorzamento dell'1,7%;
- b) una frequenza del secondo modo di 12 Hz;
- c) una frequenza di 9 Hz che sembra da attribuire alle caratteristiche di eccitazione (transito di veicoli pesanti);
- d) caratteristiche dinamiche fondamentali identiche per i due cavalletti.

La risposta sperimentale è stata poi confrontata con i risultati di una simulazione matematica, effettuando un'analisi dinamica con il programma di calcolo SAP 90 "Structural analysis programs - Versione 5.05" di Edward L. Wilson (1978-88)[8-9] limitata, stante la doppia simmetria geometrica, ad un quarto dell'arco portale binato (Fig. 15).

L'analisi dinamica ha mostrato i primi quattro modi di vibrazione del telaio (Figg. 20,21,22,23) nel piano verticale (x-y) con la possibilità di traslazione solamente nelle aree di contatto di I con II e II con IV (Fig. 15) sugli assi di simmetria (x e y). I calcoli sono stati ripetuti per differenti valori dei moduli di elasticità normale (E), così da simulare situazioni per elementi integri e deteriorati aventi differente rigidità. Si è assunto un coefficiente di Poisson pari a 0,20.

I dati delle calcolazioni (Tab. 5) consentono di identificare la sensitività del ponte nell'intervallo 10÷12 Hz, in questo caso in presenza di traffico pesante.

Il che ha consentito di concludere che lo stato di deterioramento del ponte appare considerevole per l'intera struttura e pertanto può paventarsi risonanza sotto traffico pesante.

CASE N°	E values (N/mm <sup>2</sup> )			Bottom of columns	MODE of VIBRATION	FREQUENCY (Hz)
	Edge beams	Deck shells	Top of columns			
1	15000	15000	30000	30000	1 2 3 4	8.17 11.64 17.99 27.31
2	25000	25	25000	25	1 2 3 4	7.39 9.01 13.16 14.81
3	25000	25000	25000	25000	1 2 3 4	8.45 10.66 21.50 29.66
4	20000	20000	20000	20000	1 2 3 4	7.55 9.53 19.23 26.53
5	20000	20	36450	36450	1 2 3 4	7.64 10.22 11.78 13.25
6	36450	36450	36450	36450	1 2 3 4	10.19 12.87 25.97 35.81
7	20000	20000	36450	20000	1 2 3 4	7.91 10.40 19.43 28.53
8	36450	36450	36450	365	1 2 3 4	9.00 11.53 25.68 26.65

Tab. 5

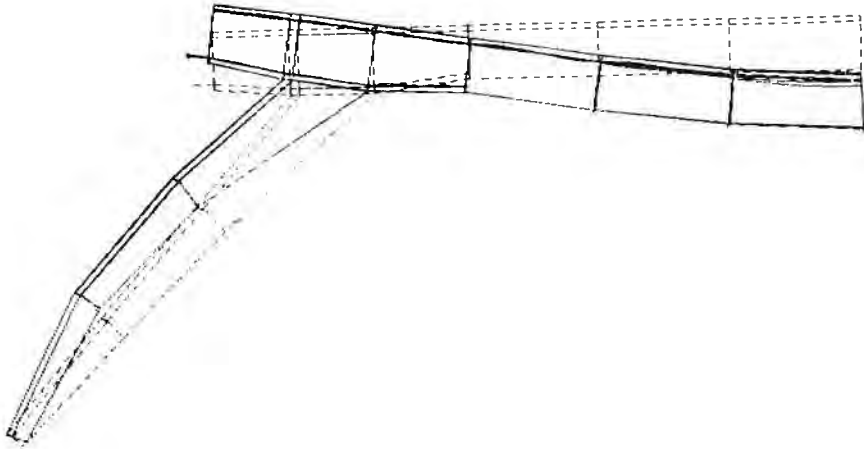


Fig. 20: 1° modo di vibrazione deformata

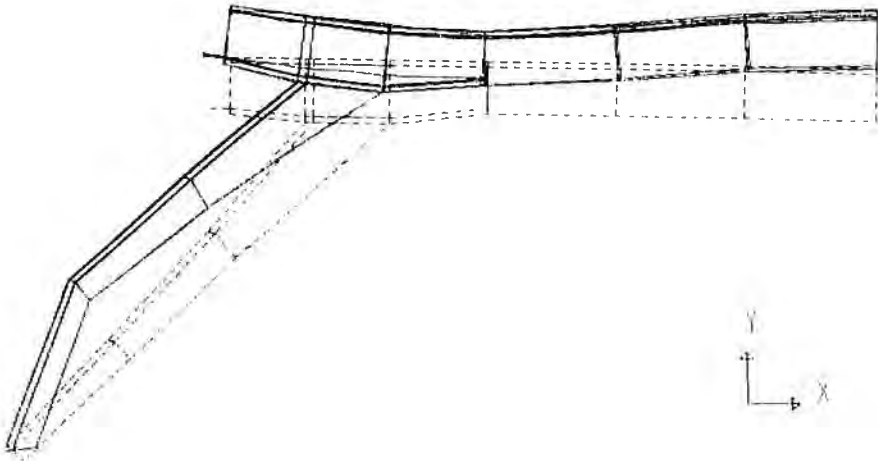
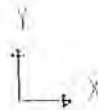


Fig. 21: 2° modo di vibrazione deformata

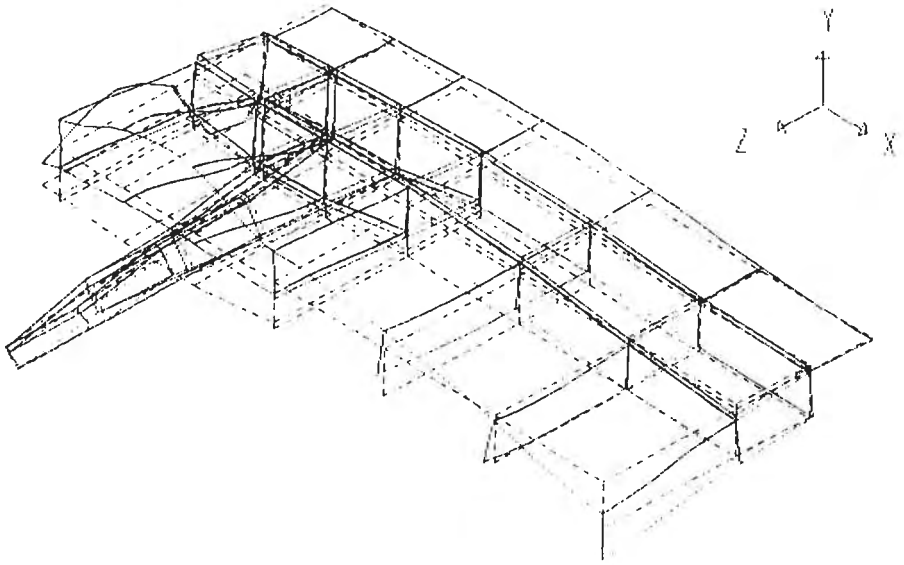


Fig. 22: 3° modo di vibrazione deformata

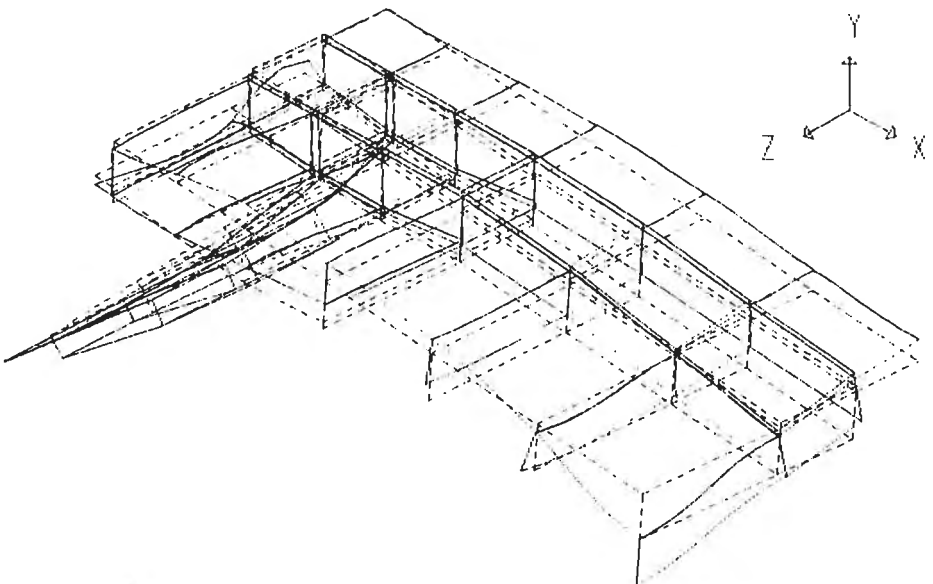


Fig. 23: 4° modo di vibrazione deformata



## 5. Strumentazione per le prove di caratterizzazione dinamica

Una prova di caratterizzazione dinamica è articolata in tre fasi: l'eccitazione della struttura, la misura e l'analisi della risposta.

L'insieme di strumenti che concorrono a generare queste tre fasi vengono definiti rispettivamente "sistema di eccitazione", "sistema di misura" e "sistema di analisi".

### 5.1. Il sistema di eccitazione ha la funzione:

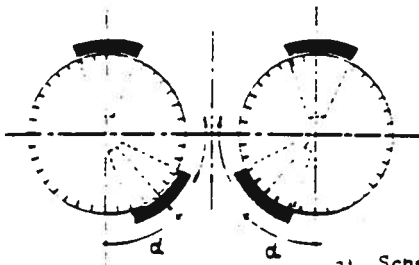
- i) di porre in vibrazione la struttura erogando una forza che sia controllabile e di caratteristiche note a priori, in modo da poter rispettare il percorso di carico prescelto;
- ii) di inviare al sistema di analisi un segnale elettrico rappresentato dalla forza erogata.

Tra gli eccitatori dinamici si ricordano:

#### 5.1.1. Eccitatore meccanico a masse eccentriche rotanti (vibroдина)

Consiste sostanzialmente di due masse eccentriche uguali, rotanti alla stessa velocità angolare ma in verso opposto, così da generare forze centrifughe tali da avere una risultante nulla lungo la congiungente i centri di rotazione, ma diversa da zero nella direzione ortogonale (Figg. 24,25,26).

In realtà ogni massa eccentrica è formata da due masse calettate sul bordo di un disco rotante. Spostando una massa rispetto ad un'altra si ottiene una variazione di eccentricità da zero sino al doppio di ogni singola massa. Inoltre è possibile variare il peso della singola massa agendo sia sul volume che sul materiale delle masse. Esiste dunque un'unica forza erogata, posta a metà dei centri di rotazione, di direzione ortogonale alla congiungente, il cui verso cambia alternativamente. Tale forza ha l'espressione:



a) Schema di principio

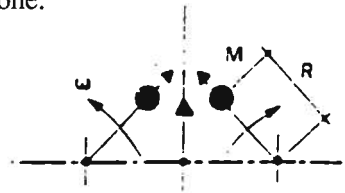


Fig. 24

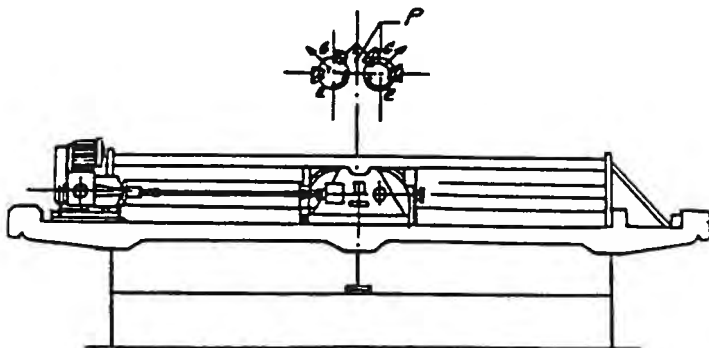


Fig. 25

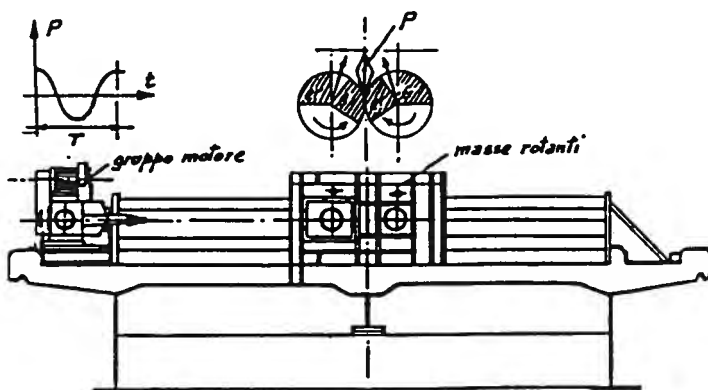


Fig. 26

$$f(t) = R m_e w^2 \sin wt \quad (8)$$

dove  $m_e$  è la massa totale eccentrica,  $R$  è l'eccentricità della massa che è funzione a sua volta dell'angolo  $a$  di sfasamento di una massa rispetto all'altra (Fig. 24), e  $w$  è la velocità angolare di rotazione.

La velocità angolare di rotazione è in realtà l'unico fattore che può essere variato durante il funzionamento della macchina, attraverso l'erogazione della forza impressa ai due dischi rotanti. Tale parametro è anche l'unico che può essere controllato e regolato esternamente. Purtroppo, con tale schema di funzionamento, in base alla (8) è immediato constatare che la funzione della forza erogata dipende dal quadrato della velocità di rotazione quindi dalla sua frequenza.

Pertanto si avranno forze la cui intensità varia al variare della propria frequenza; pertanto per avere elevate forze a basse frequenze è necessario aumentare le masse eccentriche. Ciò fa aumentare sia il costo che il peso della macchina, riducendone quindi il campo di applicazione.

Tra gli aspetti che hanno favorito la grande diffusione della vibrodina si ricorda il fatto di non avere bisogno di un sistema di controreazione per generare la forza, il che appare di fondamentale importanza per lo studio delle strutture "al vero"; la forza erogata è prettamente sinusoidale, con piccole distorsioni dovute alla tolleranza dei cuscinetti; il campo delle frequenze esplorabili va da 1 sino a 100 Hz, comprendendo ampiamente tutte le condizioni di carico dinamico cui possono essere soggette le strutture. La forza massima erogabile può raggiungere, per le macchine più grandi, l'ordine delle 50 t.

Tale valore si riduce comunque notevolmente alle basse frequenze.

### 5.1.2. Eccitatore elettrodinamico

L'eccitatore è costituito da un corpo centrale che forma un circuito magnetico principale con traferro<sup>14</sup> anulare (Fig. 27).

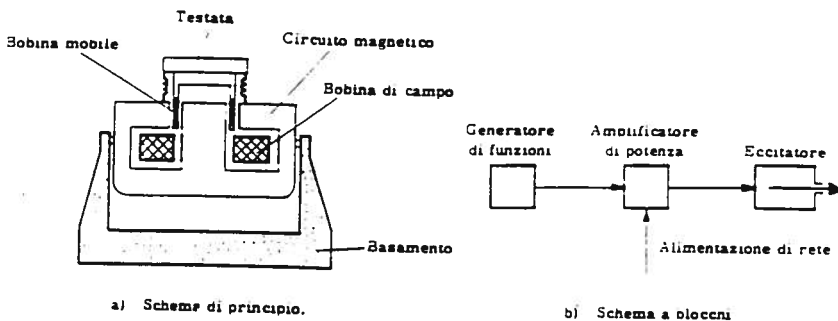


Fig. 27

Nel circuito viene creato un flusso magnetico ad alta intensità da una bobina alimentata da corrente continua. Nel traferro è posta una seconda bobina, fissata rigidamente alla parte mobile (testata) dell'eccitatore. Quando la bobina è percorsa da una corrente  $i$ , si genera su di essa, e quindi sulla testata dell'eccitatore, una forza  $f$  proporzionale al flusso magnetico ed alla corrente  $i$

$$f = Ki. \quad (9)$$

A causa delle perdite per effetto Joule è necessario dotare l'eccitatore di un'unità di raffreddamento.

Per eccitatori che erogano forze di poche centinaia di Newton, per generare il campo magnetico, è possibile sostituire la bobina a corrente continua con un magnete permanente.

Un amplificatore di potenza elettronico fornisce alla bobina mobile la corrente richiesta ed esso può essere a sua volta controllato da un generatore di funzione. In questo modo si riesce ad avere un buon condizionamento dell'eccitatore.

La caratteristica principale dell'eccitatore elettrodinamico è quella di avere un campo di frequenze esplorabile molto ampio, potendo raggiungere facilmente i 1000 Hz; di contro si ha un estremo inferiore, attorno ai 5÷10 Hz, dovuto ai limiti degli amplificatori. Si possono generare forze di notevoli entità (100 KN) ma solo con notevole aumento delle dimensioni della macchina. Inoltre, in virtù dell'elevata versatilità degli amplificatori di potenza può essere riprodotta qualunque tipo di forza.

### 5.1.3. *Eccitatore elettro-idraulico*

L'elemento attivo dell'eccitatore elettro-idraulico è un martinetto a doppio effetto, denominato "attuatore", alimentato con una portata d'olio, il cui flusso è regolato dall'apertura e dalla chiusura di una servo-valvola comandata elettronicamente. La potenza idraulica del flusso dell'olio è fornita da una pompa esterna.

La servovalvola è la parte più importante del sistema, in quanto permette il controllo sulla grande potenza del circuito idraulico, attraverso un piccolo segnale elettrico. Agendo sulla servovalvola si può quindi controllare il moto dell'attuatore e di conseguenza le caratteristiche della forza erogabile.

Come nel caso dell'eccitatore elettrodinamico (Fig. 28) collegando l'amplificatore di potenza con un generatore di funzioni è possibile manipolare il tipo e l'entità della forza erogabile.

Il controllo si opera con un sistema a contrazione che rileva la forza erogata realmente dall'attuatore, la confronta con quella comandata dall'amplificatore e corregge, eventualmente, il segnale da mandare all'elettrovalvola. Rilevare la forza erogata realmente dall'attuatore per mezzo di un trasduttore di forza invece che dedurre tale forza da un trasduttore di spostamento rilevando la posizione dell'attuatore dà maggiori garanzie per un controllo reale della forza erogabile.

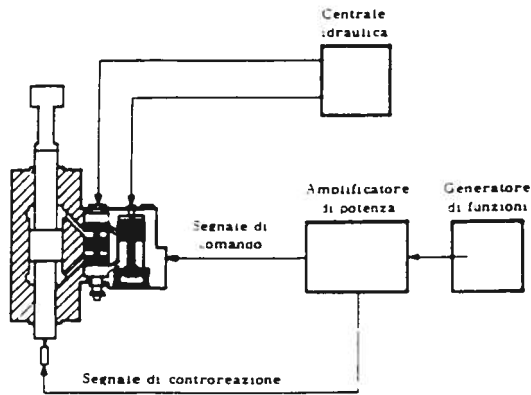


Fig. 28 Schema di principio

Fig. 28

L'eccitatore elettro-idraulico ha una elevata versatilità permettendo di produrre forze elevatissime in un campo di frequenze che va da 0 a 100-200 Hz, molto ampio per gli usi strutturali, ed erogando forze consistenti anche alle basse frequenze.

Di peso abbastanza contenuto, può produrre problemi il collegamento della macchina alla struttura da caratterizzare.

#### 5.1.4. Eccitatore elettro-idraulico a servo controllo (Fig. 29) 15

L'eccitatore elettro-idraulico a servo-controllo consente di mantenere costante il livello della forza al variare delle frequenze <sup>16</sup>.

L'intervallo di variazione delle frequenze è di  $1 \div 20$  Hz <sup>17</sup>.

L'apparecchiatura è essenzialmente costituita da:

i) telaio per il montaggio di un servo-cilindro Amsler da 10 t., vincolabile mediante elementi filettati alla struttura da provare sia in posizione orizzontale che verticale.

Il telaio è dotato di una slitta, scorrevole su guide a basso attrito, sulla quale vengono disposte n. 10 masse aggiunte da 100 kg<sub>f</sub> ciascuna;

ii) centrale idraulica azionata da motore termico in grado di fornire una portata di 100 l/min. a 210 bar con l'impianto per la refrigerazione dell'olio idraulico;

iii) gruppo elettronico analogico di programmazione, controllo, visualizzazione, composto dalle seguenti unità:

- unità di generazioni delle funzioni (UGF): genera digitalmente funzioni triangolari, sinusoidali, quadrate, rampe di trazione e compressione;
- unità di visualizzazione (UV): visualizza in modo indipendente e contemporaneo fino a due valori per ogni grandezza (segnale di riferimento, segnale di retroazione, valori per i limiti imposti, memorizzazione di picchi assoluti, valori superiori ed inferiori delle funzioni dinamiche aggiornati automaticamente ogni secondo, etc.);
- unità di conteggio (UC): contacicli elettronico che consente di fermare la macchina ad un predeterminato numero di cicli;
- unità di servo-controllo dei loop di forza (U.L.L.);
- unità di controllo dei loop di posizione (U.L.P.).

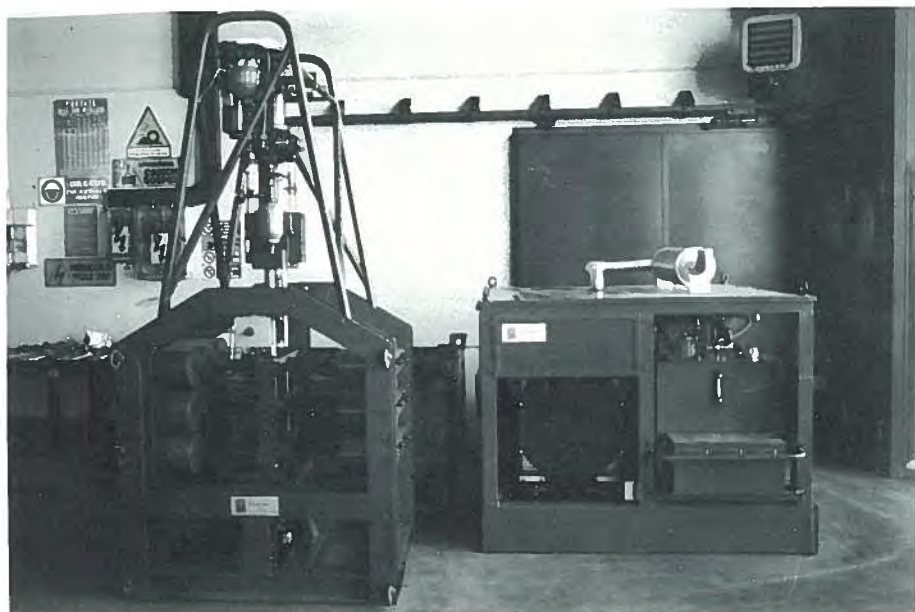


Fig. 29 a

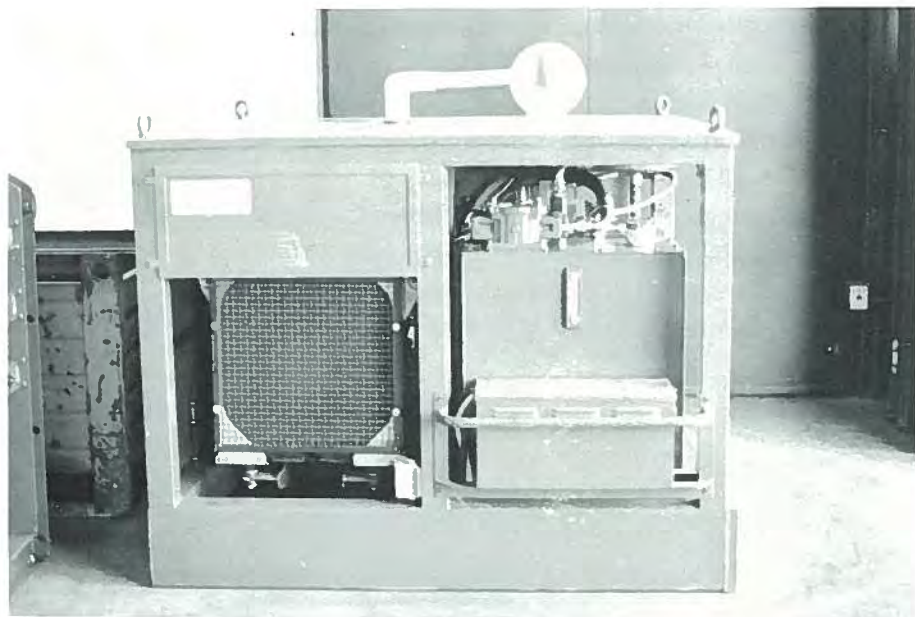


Fig. 29 b

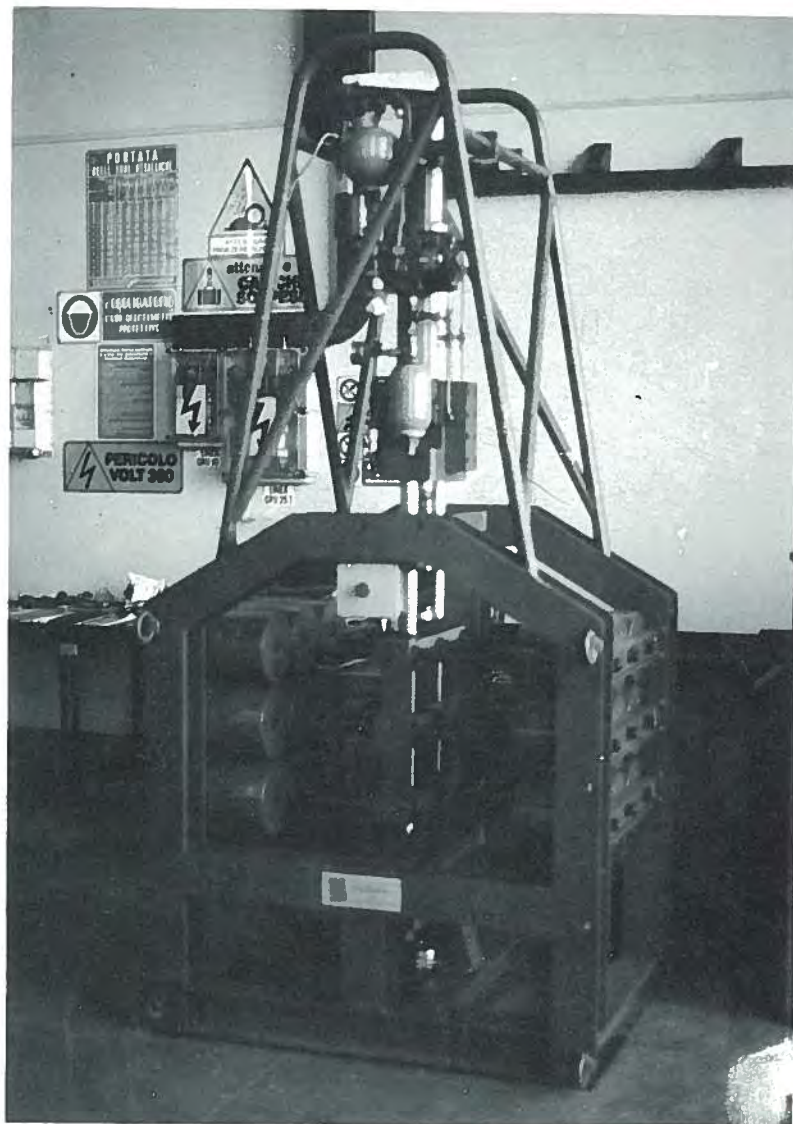


Fig. 29 c



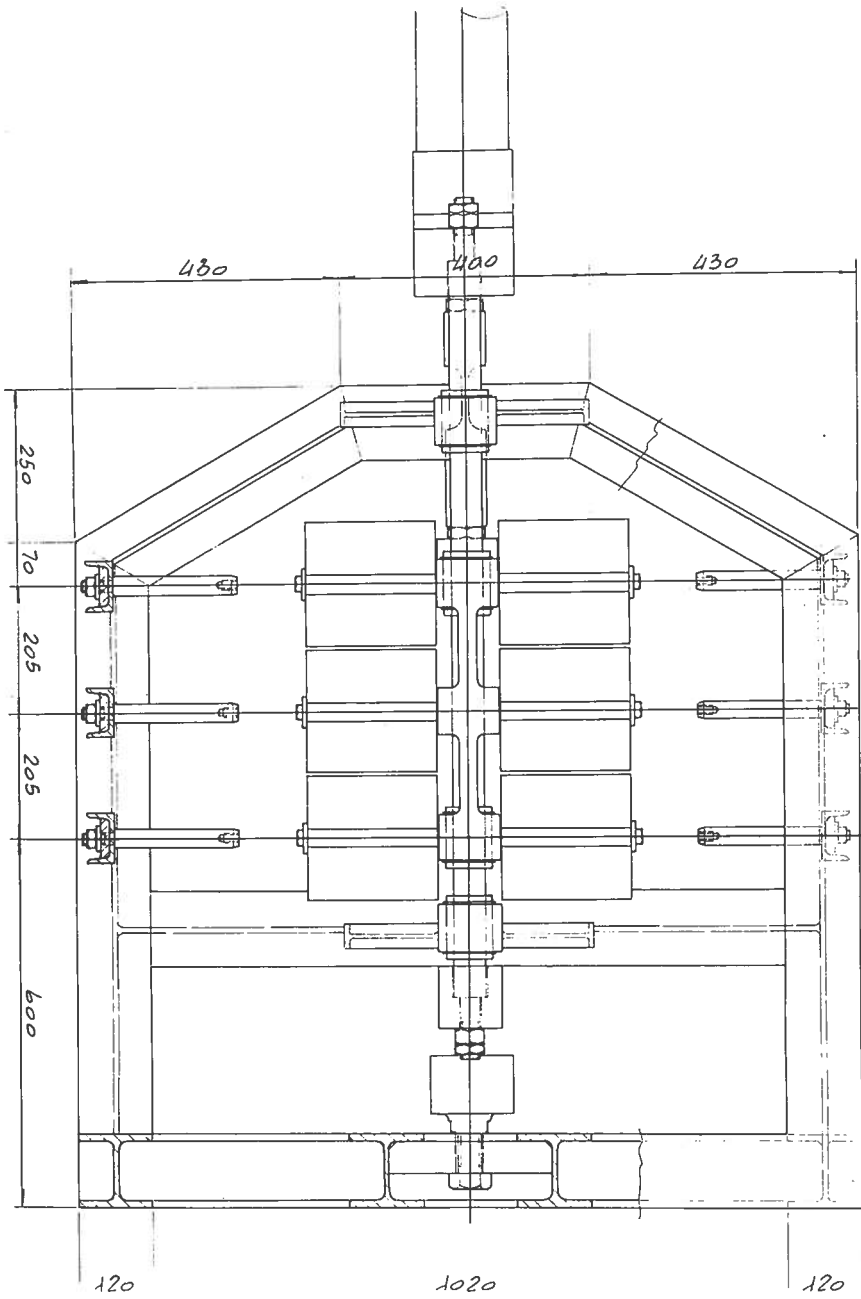


Fig. 29 d

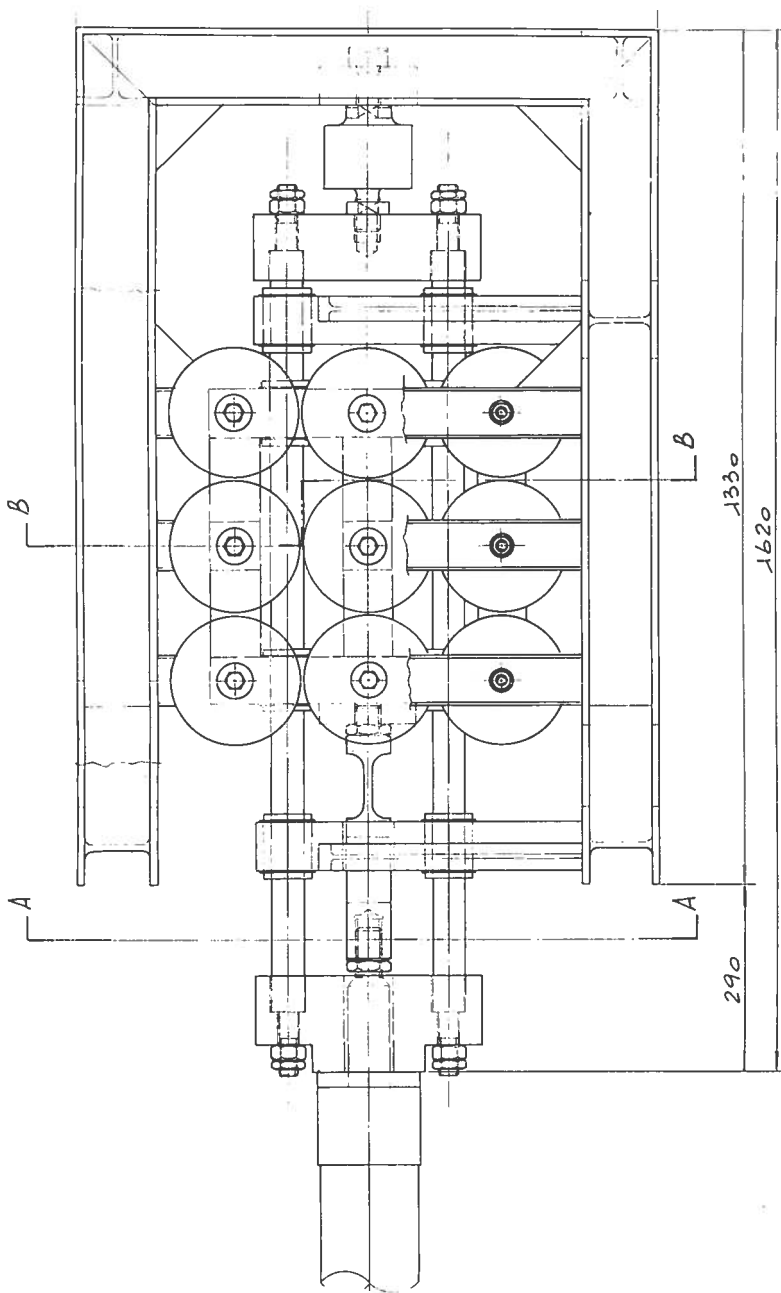


Fig. 29 e

A technical drawing of a mechanical assembly, likely a part of a printing press or a similar machine. The drawing shows a central horizontal shaft with three large rollers mounted on it. Above and below this shaft are various mechanical components, including what appear to be gears, levers, and adjustment mechanisms. The drawing includes two section lines: 'A-A' is a vertical section line passing through the center of the rollers, and 'B-B' is a horizontal section line passing through the top of the rollers. Dimensions are provided: a total width of 290 units at the bottom, a total height of 1620 units on the right side, and a specific height of 1330 units for the upper section of the frame.

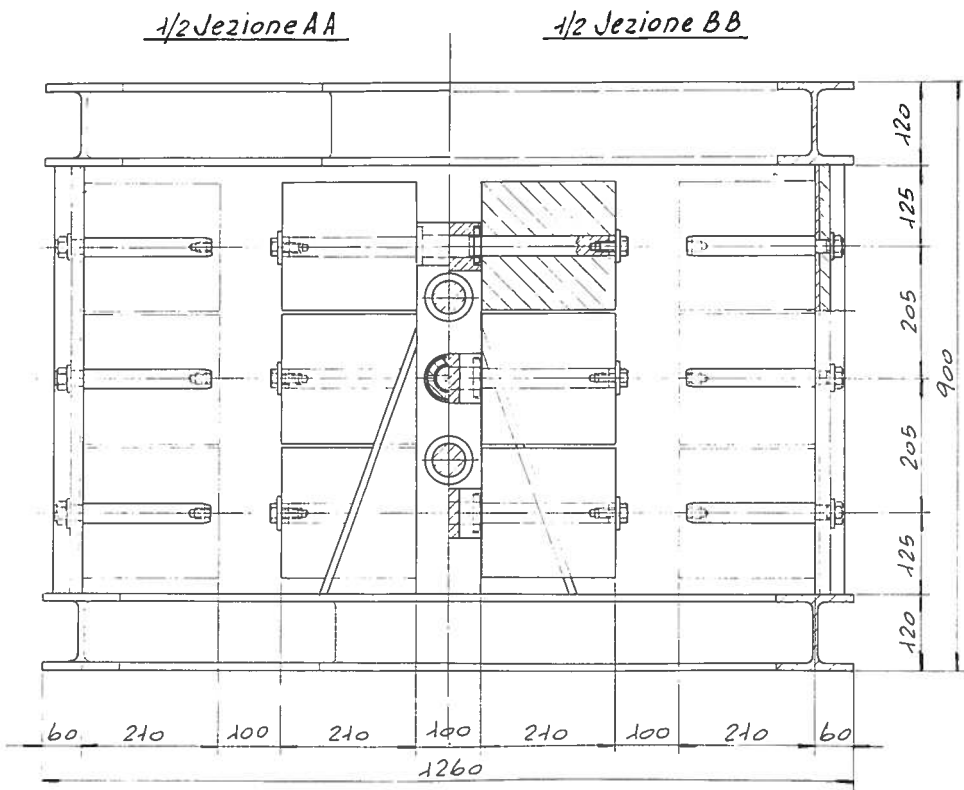


Fig. 29 f

### 5.1.5. Martello strumentato per eccitazioni impulsive

Il martello strumentato è costituito sostanzialmente da 4 elementi fondamentali (Figg. 30,31): la struttura portante del martello, un trasduttore di forza, un set di punte di impatto, un connettore elettrico.

La parte principale dello strumento è il trasduttore di forza, montato tra la testa del martello e la punta di impatto; esso traduce la forza di impatto prodotta in un segnale elettrico. Il segnale elettrico prodotto esce dal martello, già amplificato, attraverso il connettore elettrico posto all'estremità inferiore dello strumento.

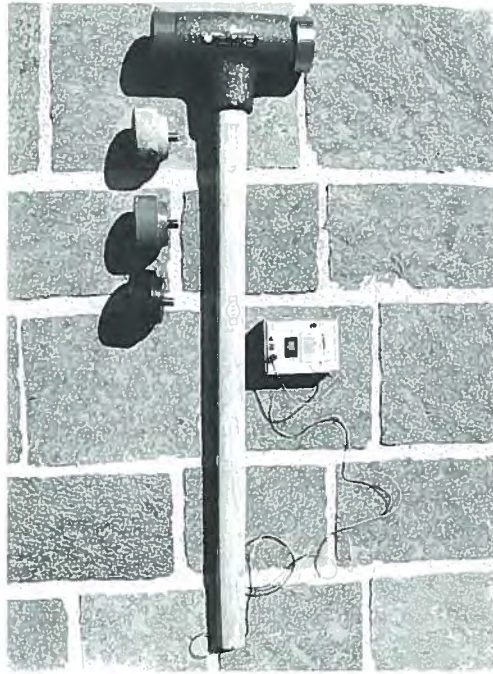


Fig. 30

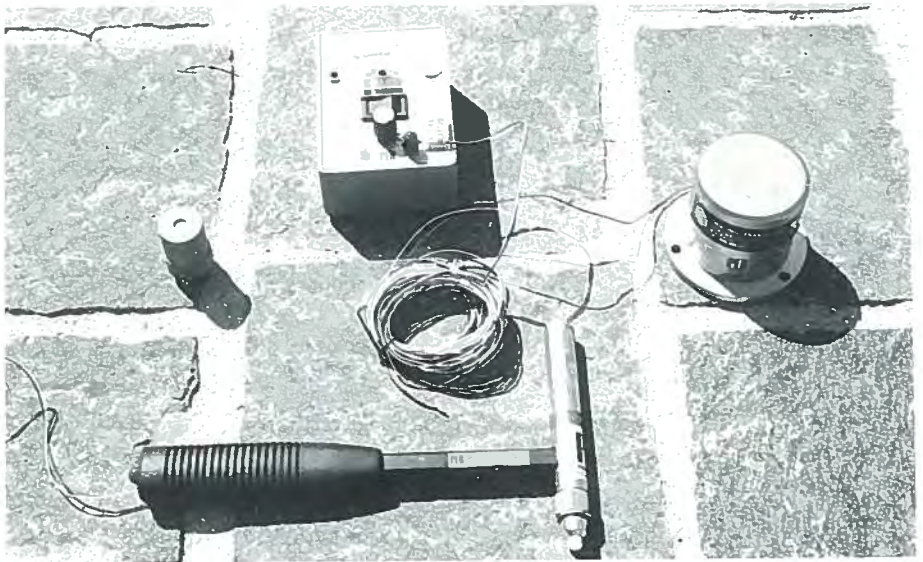


Fig. 31

Ogni strumento è dotato di diversi tipi di punte di durezza variabile la cui scelta dipende dalla durezza superficiale della struttura da caratterizzare e soprattutto dal campo di frequenze considerato. Le dimensioni dello strumento variano ovviamente in base al tipo di struttura da analizzare.

L'applicazione più vantaggiosa dello strumento è quella che vede fisso il punto o i punti di acquisizione della risposta della struttura, mentre viene cambiata la posizione di impatto. Questo permette di accedere agilmente a tutte le parti della struttura, eccitandola secondo diverse direzioni.

Questo tipo di eccitazione è applicabile a piccole-medie strutture in quanto l'energia cinetica producibile è abbastanza modesta. Pertanto è possibile mettere in vibrazione strutture la cui inerzia non sia esorbitante o, comunque, che non presentino consistenti caratteristiche dissipative.

Come sistema di misura nella caratterizzazione dinamica si impiega:

- i) il trasduttore di spostamento;
- ii) il trasduttore di velocità;
- iii) il trasduttore di accelerazione.

L'utilizzo di uno strumento rispetto ad un altro è giustificato dal campo delle frequenze in cui lo strumento mantiene una sensibilità accettabile. Il trasduttore di spostamento è uno strumento utilizzabile alle basse frequenze, sino a qualche decina di Hz, mentre all'opposto il trasduttore di accelerazione è impiegabile sino ad altissime frequenze.

Si richiamano nel seguito alcune caratteristiche dei trasduttori di accelerazione.

#### *Il trasduttore di accelerazione o accelerometro*

L'accelerometro piezoelettrico è caratterizzato da un impiego in campi di frequenza molto ampi con buona linearità nell'ambito dei campi stessi.

L'accelerometro può essere uno strumento autonomo e non ha parti soggette ad usura. La parte fondamentale dell'accelerometro è costituita da una piccola sezione di materiale piezoelettrico la cui caratteristica fondamentale è quella di generare una carica elettrica in corrispondenza delle sue estensioni polari quando viene sottoposta ad una sollecitazione meccanica, sia essa di compressione o di taglio. Tale carica elettrica è proporzionale alla forza applicata e tale proporzionalità è mantenuta costante in un campo di frequenze molto ampio.

L'intervallo di frequenze in cui può essere applicato lo strumento è detto "gamma di frequenze".

L'elemento piezoelettrico è disposto tra una base vincolabile alla struttura ed una massa inerziale che aderisce perfettamente ad esso grazie ad una molla di precarico (Fig. 32). Quando la struttura è posta in vibrazione la massa inerziale trasmette al materiale piezoelettrico una forza proporzionale alla massa inerziale nota, ed all'accelerazione indotta dalla struttura. La carica elettrica che si dispone sulle facce dell'elemento piezoelettrico è dunque proporzionale all'accelerazione subita dal punto della struttura su cui è fissato l'accelerometro.

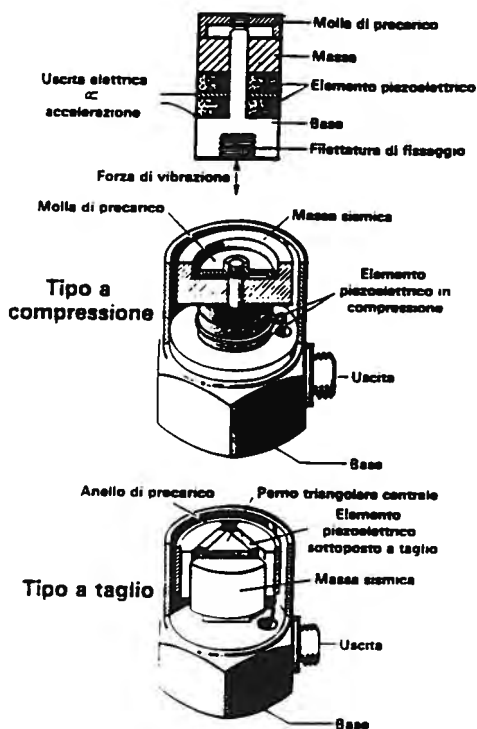


Fig. 32

Esistono due tipi di accelerometri, un tipo a compressione in cui l'elemento piezoelettrico è sollecitato lungo un'unica direzione coincidente con l'asse dello strumento ed un tipo a taglio ove la massa inerziale esercita una sollecitazione di taglio sul materiale piezoelettrico.

La sensibilità dell'accelerometro è il livello minimo di accelerazione che lo strumento è in grado di riprodurre in segnale elettrico. Per avere un elevato livello di sensibilità è necessario aumentare le dimensioni delle facce del gruppo piezoelettrico con conseguente aumento della massa dello strumento. Poiché la massa dell'accelerometro deve essere inferiore ad un decimo della massa della struttura, è necessario giungere ad un compromesso tra la massa dello strumento e la sua sensibilità.

## 5.2. Sistema di analisi

Come sistema di analisi da impiegarsi in una prova di caratterizzazione dinamica, può utilizzarsi un analizzatore di sistema bicanale ed un sistema di elaborazione numerica installato su di un elaboratore portatile.

La struttura viene eccitata con un martello strumentato e la sua risposta misurata mediante un accelerometro.

All'analizzatore giungono i segnali analogici provenienti dal sistema di eccitazione e dal sistema di misura, rispettivamente nel canale A e nel canale B. Esso provvede alla conversione di tali segnali, per loro natura analogici in segnali digitali e costruisce per ogni battuta effettuata la funzione di trasferimento<sup>18</sup> data dal rapporto del segnale proveniente al canale B e dal segnale proveniente al canale A. Tale funzione di trasferimento lega dunque il punto in cui è posto l'accelerometro con il punto in cui è stata effettuata la battuta con il martello strumentato. Ogni funzione di trasferimento, è ottenuta in realtà dalla media di un certo numero N di funzioni di trasferimento, ciascuna calcolata dall'analizzatore su N battute effettuate nello stesso punto della struttura.

Il sistema di analisi numerica si inserisce ad acquisizione avvenuta e rileva dall'analizzatore, lo spettro in potenza del segnale d'ingresso digitalizzato, lo spettro in potenza del segnale di uscita e lo spettro di potenza incrociato dei due segnali.

Si ricorda che indicato con  $A(j\omega)$  e  $B(j\omega)$

$$F[a(t)] = A(j\omega) = u + jv \tag{10}$$

$$F[b(t)] = B(j\omega) = x + jy$$

le funzioni complesse ottenute dalla trasformata di Fourier del segnale di ingresso  $a(t)$  al canale A e  $b(t)$  al canale B rispettivamente, le quantità

$$G_{AA} = |A(j\omega)|^2 = u^2 + v^2 \tag{11}$$

$$G_{BB} = |B(j\omega)|^2 = x^2 + y^2$$

sono definite come "*autospettro in potenza*" del segnale di ingresso al canale A e al canale B.

La relazione

$$G_{BA} = (ux + vy) + j(uy - vx) \tag{12}$$

definisce lo "*spettro di potenza incrociata*" dei segnali provenienti ai due canali dell'analizzatore.

La funzione di trasferimento (TF) resta infine definita, in generale, dalla relazione

$$TF = \frac{G_{BA}}{G_{AA}} = \frac{\text{Re}(G_{BA}) + j\text{Im}(G_{BA})}{G_{AA}} \tag{13}$$

Nel processo di analisi, dunque, l'analizzatore svolge il lavoro della conversione analogico-digitale dei segnali, e determina le quantità  $G_{AA}$ ,  $G_{BB}$  e  $G_{BA}$ . Queste vengono acquisite dal sistema di elaborazione numerica che provvede al calcolo della funzione di trasferimento da cui dedurre infine i parametri modali.



Va infine rilevato come l'eccitatore elettro-idraulico a servo controllo descritto in 5.1.4, si presti particolarmente nel caso di prove di caratterizzazione dinamica ed in quelle di qualificazione (collaudo).

Nella conduzione delle prime, infatti, specialmente in strutture che presentano modi tra loro vicini o modesti smorzamenti, è possibile soddisfare la richiesta di uno sweep in frequenza con ampiezza di carico costante e di procedere con intervalli di frequenza non superiori ad 1/100 Hz.

Eventuali non linearità possono essere determinate variando il livello di carico (incremento della massa mobile).

Nelle prove di qualificazione, una volta determinate le frequenze materiali, l'eccitatore può essere settato in modo da fornire energia su una prestabilita frequenza, coincidente con una frequenza di risonanza del sistema. Il livello di ampiezza del carico può quindi essere incrementato o aumentando la corsa del pistone (compatibilmente con la caratteristica dinamica del martinetto) o aumentando la massa mobile.

# INDAGINI NON DISTRUTTIVE PER LA MISURA DEL TIRO DELLE CATENE IN STRUTTURE ARCUATE ED IN MURATURA

ROBERTO GIACCHETTI

*Una variazione dello stato di tensione dei tiranti di archi o volte costituisce un segnale di perturbazione dello schema statico originario e potrebbe dare origine a notevoli problemi quando ad esempio la spinta non può più essere contrastata efficacemente. Si pone quindi il problema sperimentale di valutare con tecniche non distruttive l'azione assiale delle catene in situ. In questo lavoro vengono esaminati alcuni metodi, cosiddetti vibrazionali, che consentono di ottenere valori del tiro con diversi gradi di approssimazione in funzione della schematizzazione che viene fatta dal tirante, in particolare nei riguardi della sua rigidità flessionale e delle condizioni di vincolo.*

## 1. Introduzione

I sistemi voltati rappresentano un capitolo fondamentale dell'architettura storica, monumentale e non, per il largo e variegato uso che se ne è fatto in pressoché tutte le epoche fino al secolo scorso. La varietà formale, tecnologica e funzionale delle volte risulta a tal punto articolata da richiedere un'attenta e meticolosa valutazione dell'organismo strutturale prima di formulare e realizzare qualsiasi ipotesi di intervento conservativo. Di fondamentale utilità risultano pertanto i dati che un'accorta e mirata strategia di indagine diagnostica può mettere a disposizione degli operatori ai vari livelli: progettuale, economico, operativo, manutentivo, ecc. Le possibili opzioni di approccio ai problemi possono variare in funzione del caso specifico da trattare degli obiettivi che l'intervento si prefigge; tuttavia è possibile definire alcuni momenti fondamentali, di fatto irrinunciabili, per un consapevole e fattivo approfondimento dei problemi delle volte. La prima essenziale operazione riguarda il riconoscimento e la definizione dello schema statico di funzionamento del sistema, non sempre immediatamente percepibile come si potrebbe pensare. Manomissioni, aggiunte, supergettazioni, artifici costruttivi, modificazioni dell'uso, spesso sono stati causa di aggiustamenti tecnologici e morfologici, di forma o di sostanza, tali da indurre sensibili mutamenti dei processi funzionali. La ricostruzione spaziale e geometrica del sistema voltato, unitamente allo studio stratigrafico sui materiali e sugli spessori dei singoli componenti (piedritti o muri d'imposta, imbotte, legamenti o incatenamenti di vario genere, ecc.) costituisce il primo passo. A questa prima fase devono seguire i necessari approfondimenti sulle caratteristiche fisiche e meccaniche del sistema considerato nel suo complesso e nei singoli componenti. In questo ambito, riveste particolare importanza lo studio dei sistemi di rinforzo esistenti ed in particolare delle catene o tiranti necessari per l'eliminazione delle spinte. Di questi elementi è molto spesso necessario valutare, con la migliore approssimazione possibile, la forza assiale (tiro). Nel tempo, infatti, movimenti dell'intera struttura o di parti di essa, dovuti ad esempio a cedimenti differenziali, possono avere originato

variazioni della distribuzione originaria delle forze causando concentrazioni di tensione in zone potenzialmente pericolose per la sicurezza strutturale. Una variazione dello stato di tensione dei tiranti di archi o volte costituisce appunto un segnale di perturbazione dello schema statico originario e potrebbe dare origine a notevoli problemi quando ad esempio la spinta non può più essere contrastata efficacemente. Problemi analoghi, oltre che nelle costruzioni antiche, possono incontrarsi anche negli edifici moderni: si pensi ad esempio alle coperture dei capannoni industriali, realizzate molto spesso con solai in latero-cemento, appoggiati a strutture perimetrali in calcestruzzo, tradizionali o prefabbricate. Un tipico problema che si presenta spesso in queste strutture è rappresentato dagli incendi che possono svilupparsi in zone più o meno localizzate (compartimento di fuoco). In questo caso può essere molto utile il confronto tra lo stato di tensione dei tiranti in parti strutturali direttamente colpite dal fuoco, e lo stato di tensione di tiranti in zone adiacenti al compartimento di fuoco e sufficientemente lontani da esso da poterli considerare allo stato originario.

## **2. Metodo per la determinazione del tiro**

I metodi di seguito illustrati si basano sull'ipotesi che i tenditori intermedi, spesso presenti in corrispondenza della mezzera delle catene, non comportino discontinuità notevoli nelle caratteristiche dei tiranti. Si ipotizza dunque che la catena abbia caratteristiche costanti per tutta la lunghezza: in particolare si suppongono uniformi la massa per l'unità di lunghezza, il modulo elastico del materiale ed il momento d'inerzia della sezione trasversale. Da questo punto di vista i tenditori a manicotto filettato sembrano accettabili, perché implicano discontinuità delle caratteristiche piccole e concentrate in zone ristrette della catena. Un metodo rapido e relativamente semplice da applicare è il cosiddetto metodo vibrazionale che, nella sua formulazione semplificata, consiste nel determinare la prima pulsazione (o frequenza) naturale delle piccole oscillazioni flessionali della catena. Una formulazione più complessa richiede anche la determinazione sperimentale della deformata dinamica corrispondente alla frequenza fondamentale.

Un metodo alternativo, cosiddetto statico, consiste nel perturbare lo stato della catena applicando ad essa una piccola forza trasversale (in modo che sia lecito considerare il problema nel campo dei piccoli spostamenti) e nel rilevare la componente, nella direzione della forza, dello spostamento del punto di applicazione della forza stessa. Note le caratteristiche geometriche ed elastiche della catena si risale, mediante il calcolo, dai risultati sperimentali al valore della forza assiale nella catena stessa.

### 3. Metodo vibrazionale semplificato

Il metodo vibrazionale semplificato permette di valutare l'azione assiale di una catena a partire dalla sola determinazione della frequenza fondamentale. Perché ciò sia possibile è necessario tuttavia che sia rispettata una delle due condizioni seguenti:

- 1) possa considerarsi trascurabile la rigidità flessionale del tirante, che viene quindi considerato come una fune flessibile;
- 2) siano realisticamente schematizzabili le condizioni di vincolo del tirante se la sua rigidità flessionale non può essere trascurata.

#### CASO 1 : CATENA PENSATA COME FUNE FLESSIBILE

Nel caso di tiranti molto snelli, talvolta rappresentati da catene di coperture a spinta eliminata di edifici industriali (in cui si raggiungono valori di snellezza anche dell'ordine di 3000-4000), la valutazione del tiro viene effettuata utilizzando i risultati teorici ricavabili dalla teoria dei piccoli moti dei fili.<sup>19</sup> L'equazione che governa il moto in vibrazione libera non smorzata si scrive:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ T(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right] = \rho(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad 0 < x < l \quad 1)$$

in cui  $\rho(x)$  è la massa per unità di lunghezza,  $T(x)$  è la forza assiale, che, nel caso generale, può essere variabile ed  $l$  è la lunghezza libera della fune. Le condizioni al contorno sono semplicemente date da:

$$y(0,t) = y(l,t) = 0 \quad 2)$$

Alla soluzione si perviene osservando che, nel moto sincrono, lo spostamento  $y(x,t)$  è separabile nello spazio e nel tempo e può quindi scriversi:

$$y(x,t) = Y(x) F(t) \quad 3)$$

Sostituendo la 3) nella 1) si ottiene:

$$\frac{1}{\rho(x)Y(x)} \frac{d}{dx} \left[ T(x) \frac{dY(x)}{dx} \right] = \frac{1}{F(t)} \frac{d^2 F(t)}{dt^2} \quad 4)$$

Poiché il membro a sinistra dipende solo da  $x$  e quello a destra solo da  $t$ , l'unico modo per il quale l'equazione 4) può essere soddisfatta è che ambedue i membri siano uguali ad una costante. Se si indica tale costante con  $-\omega^2$  si ha:

$$\frac{d^2 F(t)}{dt^2} + \omega^2 F(t) = 0 \quad 5)$$

$$-\frac{d}{dx} \left[ T(x) \frac{dY(x)}{dx} \right] = \omega^2 \rho(x) Y(x) \quad 0 < x < l \quad 6)$$

Nel caso di fili omogenei la massa per unità di lunghezza è costante. Nell'ipotesi, che si può ritenere valida, che il tiro sia costante per tutta la lunghezza della catena, lo spostamento trasversale  $Y(x)$  deve soddisfare l'equazione differenziale: <sup>20</sup>

$$\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} + \beta^2 Y(x) = 0 \quad \beta^2 = \frac{\omega^2 \rho}{T} \quad 0 < x < l \quad 7)$$

con le seguenti condizioni di contorno:

$$Y(0) = Y(l) = 0$$

L'equazione 7) è un'armonica <sup>21</sup> in  $x$  e la soluzione può essere scritta nella forma:

$$Y(x) = A \sin \beta x + B \cos \beta x \quad 8)$$

Il rispetto delle condizioni al contorno conduce alla cosiddetta "equazione caratteristica": <sup>22</sup>

$$\sin \beta l = 0 \quad 9)$$

la cui soluzione consiste in un insieme infinito di valori caratteristici (autovalori): <sup>23</sup>

$$\beta_r l = r\pi \quad r = 1, 2, \dots$$

ai quali corrisponde un insieme infinito di autofunzioni: <sup>24</sup>

$$Y_r(x) = A_r \sin \frac{r \pi x}{l}$$

in cui  $A_r$  sono ampiezze indeterminate con l'implicazione che solo la deformata modale <sup>25</sup> può essere ricavata univocamente. Dalla seconda della 7) si ottiene:

$$\omega_r = \beta_r \sqrt{\frac{T}{\rho}} = r\pi \sqrt{\frac{T}{\rho l^2}} \quad r = 1, 2, \quad 10)$$

La determinazione sperimentale della frequenza relativa al primo modo di vibrare consente dunque di determinare, nelle ipotesi assunte, il tiro:

$$T = 4\rho l^2 f_1^2$$

Una utile verifica della schematizzazione del tirante come filo privo di rigidità flessionale può essere eseguita determinando sperimentalmente le armoniche superiori e verificando con la 10) che la forza assiale  $T$  resti pressoché costante.

### CASO 2): RIGIDEZZA FLESSIONALE NON TRASCURABILE E CONDIZIONI DI VINCOLO SCHEMATIZZABILI

Nella quasi totalità dei casi, in particolare negli edifici monumentali, la rigidità delle catene non è però trascurabile e quindi utilizzare il risultato offerto dalla 10) conduce ad errori notevoli. In questo caso occorre introdurre nell'equazione che governa le piccole oscillazioni libere, il termine che descrive la reazione elastica offerta dalla rigidità flessionale. Trascurando l'inerzia rotatoria della sezione, l'equazione può scriversi:

$$T \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - E S k^2 \left( \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) = \rho S \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \quad 11)$$

in cui:

$E$  è il modulo elastico del materiale;

$S$  l'area della sezione trasversale;

$k$  il raggio d'inerzia della sezione;

$\rho$  la massa per unità di volume.

Il problema agli autovalori si risolve ponendo:

$$y(x,t) = Y(x) e^{-i\omega t}$$



da cui si ottiene:

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \left( \frac{T}{ESk^2} \right) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} - \left( \frac{\rho\omega^2}{Ek^2} \right) Y(x) = 0 \quad (12)$$

con la seguente equazione caratteristica:

$$\alpha^4 - \left( \frac{T}{ESk^2} \right) \alpha^2 - \left( \frac{\rho\omega^2}{Ek^2} \right) = 0 \quad (13)$$

Le radici dell'equazione 13) sono:

$$\alpha_{1,2} = \pm \delta \quad \alpha_{3,4} = \pm i\varepsilon$$

dove:

$$\delta = \left[ (a^2 + b)^{\frac{1}{2}} + a \right]^{\frac{1}{2}} \quad \varepsilon = \left[ (a^2 + b)^{\frac{1}{2}} - a \right]^{\frac{1}{2}}$$

avendo posto:

$$a = \frac{T}{2ESk^2} \quad b = \frac{\rho\omega^2}{Ek^2}$$

La soluzione generale della 6) è data da:

$$Y(x) = A \cosh(\delta x) + B \sinh(\delta x) + C \cos(\varepsilon x) + D \sin(\varepsilon x) \quad (14)$$

Nella maggior parte dei casi reali si può ritenere che la catena sia incastrata ad un'estremità e provvista di un vincolo a manicotto all'altra estremità, perciò, stante la simmetria geometrica e vincolare del problema, l'origine degli assi di riferimento può porsi al centro della catena. In questo caso le condizioni al contorno possono scriversi:

$$Y\left(\frac{l}{2}\right) = Y\left(-\frac{l}{2}\right) = 0 \quad \frac{dY}{dx}\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{dY}{dx}\left(-\frac{l}{2}\right) = 0 \quad 15)$$

Ciò consente di determinare un insieme di autofunzioni pari ed un insieme di autofunzioni dispari. Le funzioni dispari si ottengono dall'equazione:

$$\delta \tanh\left(\frac{\delta l}{2}\right) = -\varepsilon \tan\left(\frac{\varepsilon l}{2}\right) \quad 16)$$

mentre quelle pari si ottengono dall'equazione:

$$\varepsilon \tanh\left(\frac{\delta l}{2}\right) = \delta \tan\left(\frac{\varepsilon l}{2}\right) \quad 17)$$

Le equazioni 16) e 17) forniscono un insieme discreto di autovalori. <sup>26</sup> Il rapporto:

$$R = \frac{ESk^2}{Tl^2} \quad 18)$$

nei tre possibili casi :  $R \gg 1$ ,  $R \ll 1$  ed  $R$  uguale circa ad 1, determina rispettivamente:

- se la rigidezza produce la reazione elastica più significativa;
- se la forza di tiro produce la reazione elastica più significativa;
- se essi hanno la stessa importanza nel fenomeno vibratorio.

La soluzione esatta delle equazioni 16) e 17) non è agevole, specialmente nello spirito di un'applicazione semplificata del metodo, pertanto si ricorre a soluzioni approssimate. In questa sede vengono riproposte due espressioni presenti in letteratura: la prima formula l'insieme discreto degli autovalori secondo l'espressione [11]:

$$\omega_n = \left[ \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{T}{\rho S}} \right] \beta \quad 19)$$

nella quale:

$$\beta = 1 + 2 \sqrt{R} \quad (20)$$

Si può notare che il termine tra parentesi della 19) rappresenta l'autovalore 10) ed in effetti la 10) si ottiene dalla 19) quando

$$\beta \rightarrow 1 \quad R \rightarrow 0$$

ciò che si ottiene quando la rigidezza flessionale è trascurabile (come appunto nel caso dei fili) o quando il tiro assume valori molto elevati. Un'altra espressione approssimata è data da [12-13]:

$$T = \frac{Spl^2 \omega_n^2}{n^2 \pi^2} - ESk^2 \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad (21)$$

Tutte le espressioni approssimate 10), 19), e 21) tendono a sovrastimare la forza di tiro con errori crescenti al diminuire dell'azione assiale. Sfortunatamente, per i casi più comuni di snellezze, essi conducono ad errori tecnicamente accettabili (< 10 - 15%) per valori del tiro che producono tensioni vicine a quella di snervamento. La tabella 1 mostra il confronto tra i valori di tiro ricavabili mediante le espressioni approssimate 10), 19) e 21) e quello ottenibile mediante la soluzione esatta dell'equazione 16), nel caso di una catena di sezione circolare avente diametro uguale a 30 mm e lunghezza uguale 5800 mm. I valori di tiro (espressi in kN) sono ricavati per valori di frequenza imposti. Dal confronto emerge che:

- l'espressione che meglio approssima la soluzione esatta è data dalla 19);
- un errore inferiore al 10% si ottiene dall'espressione precedente soltanto per valori di tiro abbastanza elevati (con tensioni specifiche superiori a 75 N/mm<sup>2</sup> circa).

Tab. 1

f (Hz)	T(kN)			
	10	19	21	16
5	18,7	11,2	16,4	5,5
6	26,9	17,7	24,5	12,3
8	47,8	35,4	45,5	30,2
10	74,7	58,9	72,4	53,9
12,5	116,8	96,7	114,4	92
16,2	196,1	169,8	193,8	165,3
18	242,1	212,8	239,8	208,2

#### 4. Metodo della deformata modale [14]

Quando le aste sono tozze e poco sollecitate e quando non sia facilmente schematizzabile il grado di vincolo, è necessario procedere alla determinazione della deformata dinamica corrispondente al primo modo di vibrare, oltre che della frequenza fondamentale. Ricordando l'espressione 14) della deformata in cui, oltre alle costanti A, B, C, D sono incognite le grandezze  $\delta$  e  $\epsilon$  essendo ignota l'azione assiale, si può scrivere un sistema di 5 equazioni lineari, quando siano determinati sperimentalmente altrettanti spostamenti verticali

$$\bar{y}_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5)$$

relativi al modo fondamentale in 5 punti posti alle distanze  $x_1, x_2, \dots, x_5$  dall'origine del sistema di riferimento. Affinché il sistema di equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cosh(\delta x_1) + B \sinh(\delta x_1) + C \cos(\epsilon x_1) + D \sin(\epsilon x_1) = \bar{y}_1 \\ A \cosh(\delta x_5) + B \sinh(\delta x_5) + C \cos(\epsilon x_5) + D \sin(\epsilon x_5) = \bar{y}_5 \end{array} \right. \quad (22)$$

abbia soluzione, per il teorema di Rouché - Capelli, <sup>27</sup> deve risultare nullo il determinante dei coefficienti, che risulta essere soltanto funzione della forza assiale incognita. Tale procedimento, tuttavia, è valido solo in via teorica perché l'attendibilità del calcolo del determinante richiede un'assoluta

precisione nella misura degli spostamenti, ciò che nella realtà è impossibile da ottenere anche con le strumentazioni più sofisticate. Si ricorre allora alla formulazione di una deformata, di cui sia nota l'espressione analitica, che approssimi la deformata sperimentale. Una funzione approssimante che fornisce risultati soddisfacenti in un vasto campo di snellezze è data da una combinazione lineare del tipo:

$$y_{app}(x) = y_1(x) (1-b) + y_2(x)b$$

in cui  $y_1(x)$  è una sinusoide del tipo:

$$y_1(x) = \sin \frac{\pi}{l} x$$

che descrive la deformata dinamica della catena quando essa è incernierata agli estremi, qualunque sia il valore della forza assiale e della frequenza modale e  $y_2(x)$  è l'espressione analitica della deformata dinamica che si ottiene considerando la catena incastrata alle estremità e sollecitata dalla forza assiale corrispondente alla frequenza modale determinata sperimentalmente (si ricorda che, assegnate le condizioni al contorno, la forza di tiro è direttamente ricavabile dalla 16) e la deformata modale dalla 14). Un processo di minimizzazione dello scarto quadratico consente di calcolare il valore di  $b$  che risulta uguale a:

$$b = \frac{\sum (\bar{y}_i - y_{1i})(y_{2i} - y_{1i})}{\sum (y_{2i} - y_{1i})^2}$$

in cui:

$\bar{y}_i$  è il valore sperimentale;

$y_{1i}$  è il valore degli spostamenti con vincoli a cerniera;

$y_{2i}$  è il valore degli spostamenti con vincoli ad incastro.

Sostituendo, al posto dei valori sperimentali, i valori di  $y_{app}(x_i)$  nel sistema di equazioni 22) ed annullando il determinante dei coefficienti si perviene ad un valore molto bene approssimato della forza di tiro in condizioni vincolari reali.

## 5. Tecniche di prova

La catena può essere efficacemente schematizzata come un sistema discreto di masse (sistema a molti gradi di libertà) con comportamento lineare. Lo smorzamento viscoso è generalmente di valore trascurabile (0,5 - 1% del valore critico). In questo caso, stante l'assunta validità della sovrapposizione modale, il problema sperimentale consiste nella determinazione delle Funzioni di Trasferimento (FT), che descrivono, nel dominio delle frequenze, il legame esistente fra la risposta strutturale (in termini di accelerazione, velocità e spostamento) e la forzante, comunemente chiamata eccitazione. L'odierna disponibilità di processori in grado di eseguire le trasformate di Fourier in tempo reale, mediante algoritmi FFT (Fast Fourier Transform), ha consentito lo sviluppo di tecniche di prova e di analisi che utilizzano i concetti di auto e di cross-correlazione dell'eccitazione e della risposta. Tali tecniche si avvalgono di eccitazioni di tipo random stazionario (ad esempio il rumore bianco),<sup>28</sup> che richiedono sorgenti di eccitazione alimentate da generatori di rumore o di eccitazioni di tipo impulsivo, che richiedono invece l'uso di semplici martelli strumentati con opportune celle di carico. La risposta strutturale viene misurata con sensori accelerometrici o con trasduttori di spostamento. Il primo genere di strumenti è senz'altro preferibile in quanto, essendo essi di tipo assoluto, non necessitano di ancoraggi a punti fissi. La determinazione della FT viene eseguita all'interno del processore digitale attraverso il calcolo del rapporto tra la densità spettrale di potenza incrociata (segnale di eccitazione-segnale di risposta) e della densità spettrale di potenza ordinaria del segnale di eccitazione. Nel caso di eccitazione di tipo impulsivo, che è quello che più spesso viene adoperato per la caratterizzazione dinamica delle catene, l'eccitazione presenta una densità spettrale di potenza costante su un ampio intervallo di frequenze e pertanto la FT è fornita direttamente dalla funzione

densità di potenza incrociata. La figura 1 mostra la FT "flessibilità" (data dal rapporto spostamento/forza) di una catena di arco a spinta eliminata, determinata sperimentalmente mediante un'eccitazione di tipo impulsivo con misura dello spostamento nello stesso punto dell'impulso. Variando la posizione del punto di eccitazione si ottiene un vettore di FT per ogni frequenza di interesse. Utilizzando la parte immaginaria della FT (che, com'è noto, è una funzione complessa), è possibile ricavare la deformata dinamica relativamente ad ognuna delle frequenze naturali in un certo intervallo ed in particolare alla frequenza fondamentale. La catena di misura utilizzata per la determinazione delle FT può essere così sintetizzata:

- 1) martello strumentato con cella di carico come mezzo di eccitazione controllata;
- 2) accelerometro per la misura della risposta;
- 3) analizzatore di spettro bicanale in grado di operare trasformate di Fourier con tecniche digitali.

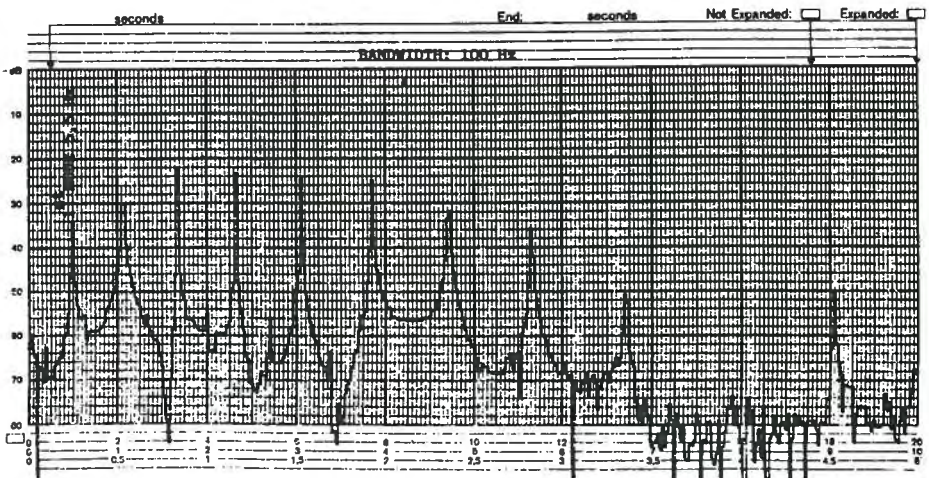
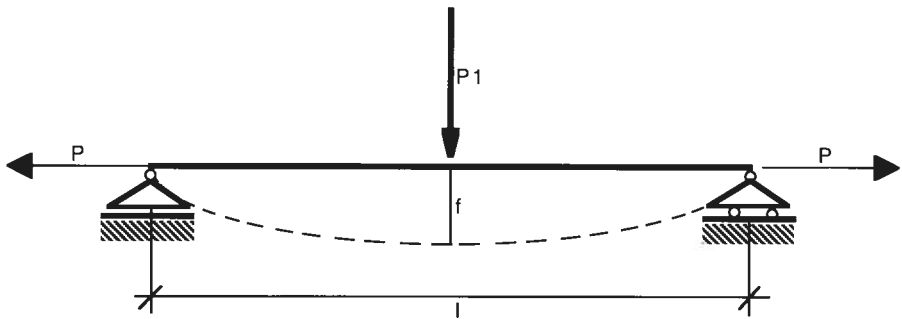


Fig. 1

## 6. Metodo statico

Nel metodo statico si schematizza la catena con una trave avente caratteristiche elastiche e geometriche costanti, semplicemente appoggiata agli estremi, soggetta ad un carico assiale  $P$ . La trave viene sottoposta all'azione di una forza perturbatrice  $P_1$ , ortogonale all'asse dell'asta e applicato in mezzzeria.



La freccia è data da:

$$f = \frac{P_1 l^3}{48E\mathfrak{S}} \frac{3(\gamma - \operatorname{tgh} \gamma)}{\gamma^3}$$

$$\text{con } \gamma = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{E\mathfrak{S}}}$$

Introducendo il carico euleriano

$$P_E = \frac{\pi^2 E\mathfrak{S}}{l^2}$$



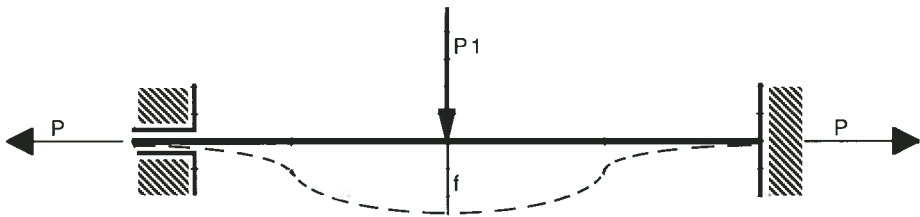
ed il rapporto

$$n = \frac{P}{P_E}$$

si ha:

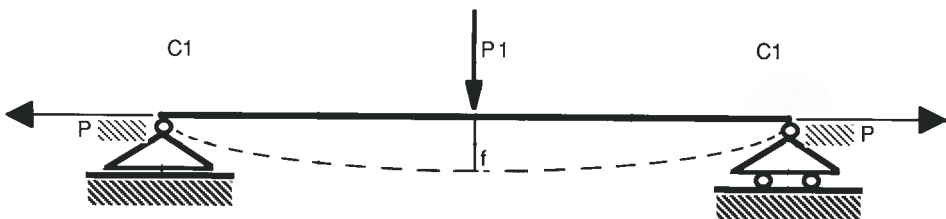
$$\gamma = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_E}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{n}$$

nel caso che la trave possa essere pensata vincolata mediante un incastro ed un manicotto, la freccia  $f$  è data da:



$$f = \frac{P_1 l^3}{192 E S} \frac{12 \left( \gamma - 2 \operatorname{tgh} \frac{\gamma}{2} \right)}{\gamma^3}$$

In realtà le condizioni di vincolo agli estremi della catena non possono ritenersi note a priori e la schematizzazione più verosimile è rappresentata da cerniere elastiche di costanti incognite  $C_1$  e  $C_2$



Rispetto alla situazione reale che, per la indeterminatezza di  $C_1$  e  $C_2$ , non permette di ricavare  $P$ , lo schema di trave appoggiata fornisce risultati in eccesso, mentre lo schema di trave incastrata fornisce risultati in difetto.

Un risultato approssimato può essere ottenuto considerando la media dei valori del tiro nelle due condizioni limite di vincolo. Ciò naturalmente comporta una incertezza nel valore del carico assiale. Se infatti si riportano in funzione di

$$\varphi = f \frac{192 E \mathfrak{S}}{P_1 l^3}$$

i valori di  $n$  che si ottengono nei due casi limite si ha un diagramma  $\varphi$ - $n$  (vedi figura 2), da cui si vede che i valori di  $A$  e di  $B$  sono molto vicini tra loro quando  $\varphi < 0,10$  e  $n > 40$

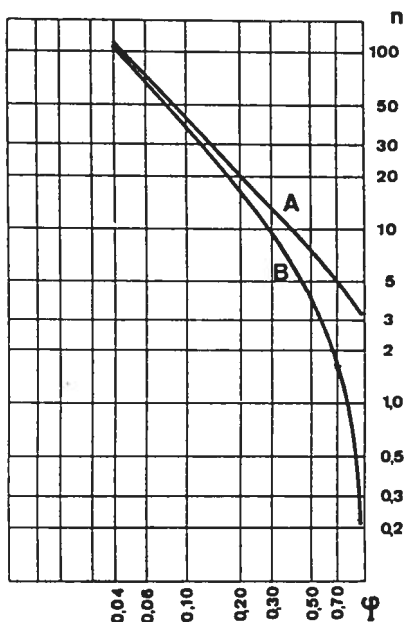


Fig. 2

Dal diagramma precedente può essere ricavato un altro diagramma (vedi figura 3) in cui si riporta l'errore percentuale E in funzione del parametro  $\phi$ . Come si può osservare un errore accettabile (5%) può aversi quando  $\phi < 0,07$  : in corrispondenza si ottiene un valore di  $n \cong 61$ . Ricordando che:

$$n = \frac{P}{P_E} = \frac{\sigma \lambda^2}{\pi^2 E}$$

$\sigma$  = tensione di lavoro;

$\lambda$  = snellezza;

il diminuire del tasso di lavoro richiede una maggiore snellezza perché l'errore sia contenuto in limiti accettabili.

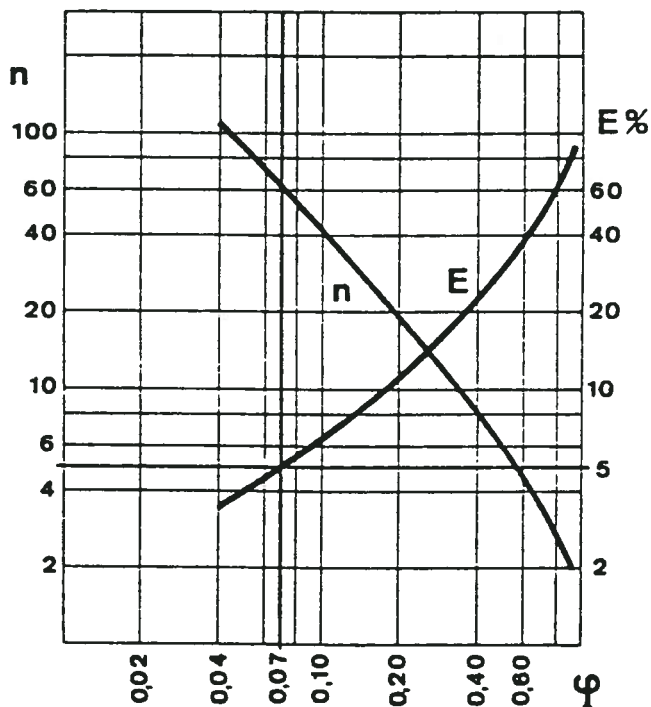


Fig. 3

## NOTE

- 1 VIBRAZIONE STAZIONARIA ERGODICA: è un tipo di vibrazione random (cioè non descrivibile matematicamente con una funzione temporale) le cui caratteristiche restano invariate nel tempo e sono indipendenti dal momento in cui vengono misurate.
- 2 AUTOCORRELAZIONE O CORRELAZIONE ORDINARIA: funzione matematica che descrive la relazione esistente tra lo spostamento di un punto  $x$  al tempo  $t$  e lo spostamento dello stesso punto al tempo  $(t + \tau)$  cioè dopo un ritardo  $\tau$ .
- 3 CROSS-CORRELAZIONE O CORRELAZIONE INCROCIATA: funzione matematica che descrive la relazione esistente tra lo spostamento di un punto  $x$  al tempo  $t$  e lo spostamento di un altro punto  $y$  al tempo  $(t + \tau)$  cioè dopo un ritardo  $\tau$ .
- 4 FUNZIONE DI TRASFERIMENTO: è il rapporto tra l'ampiezza della risposta di un punto  $i$  di un sistema meccanico (ad esempio in termini di spostamento) e l'ampiezza della forza eccitante applicata in un punto  $j$  al variare della frequenza di eccitazione.
- 5 DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA ORDINARIA: è una funzione matematiche che descrive la relazione esistente tra l'energia di vibrazione in un punto  $x$  di un sistema meccanico e l'energia di vibrazione introdotta da una sorgente di eccitazione in un punto  $y$  dello stesso sistema meccanico in rapporto della frequenza della vibrazione stessa.
- 6 DENSITA' SPETTRALE DI POTENZA INCROCIATA: è una funzione matematica che descrive la relazione esistente tra l'energia di vibrazione in un punto  $x$  di un sistema meccanico e l'energia di vibrazione introdotta da una sorgente di eccitazione in un punto  $y$  dello stesso sistema meccanico in rapporto della frequenza della vibrazione stessa.
- 7 FREQUENZA FONDAMENTALE O PREDOMINANTE: è la frequenza più bassa con la quale i punti di un sistema meccanico oscillano in modo sincrono (cioè lineare ( cioè con rapporti di spostamento costanti nel tempo).
- 8 COEFFICIENTE DI AMPLIFICAZIONE DINAMICA: incremento dei carichi statici agenti sull'impalcato in conseguenza della variabilità della loro intensità dovuta a cause diverse (irregolarità stradali, urti dovuti ai giunti, vibrazioni, etc.)
- 9 Le frequenze naturali di vibrazione della sovrastruttura di un ponte ricadono in un intervallo ( $\leq 10$  Hz), impercettibile per gli utilizzatori. Frequenze minori vengono richieste per ponti pedonali per tener conto del comportamento degli utilizzatori.
- 10 Il coefficiente di impatto è a tutt'oggi un parametro ancora controverso.
- 11 Nel caso di prove a lungo tempo queste vengono ripetute di norma con una cadenza di 2÷5 anni.

- 12 Con velocità molto bassa (circa  $5 \text{ kmh}^{-1}$ ).
- 13 Un impalcato da ponte, una volta che gli sia stata conferita una velocità iniziale di urto, subisce oscillazioni libere smorzate, per la presenza:
- i) - degli attriti nei giunti;
  - ii) - dell'isteresi dei materiali strutturali;
  - iii) - di elementi non strutturali che interagiscono con la struttura.

Schematizzato lo smorzamento con un organo viscoso proporzionale alla velocità mediante una costante  $S$ , la grandezza adimensionale

$$v = \frac{S}{2mw} \quad (3)$$

( $m, w$  rispettivamente *massa oscillante e pulsazione propria del sistema*) viene definita come *fattore di smorzamento* ed è legata mediante la

$$\delta = 2 \frac{\pi \cdot v}{\sqrt{1-v^2}} \quad (4)$$

al *decremento logaritmico* ( $\delta$ ) che viene valutato direttamente dalle registrazioni delle oscillazioni eccitate mediante urto.

Dalla precedente relazione si trova poi

$$v = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (5)$$

Il decremento logaritmico dello smorzamento del ponte scarico, sia per le oscillazioni verticali che orizzontali, è fornito dalla (Fig. 5)

$$\ln \frac{A_0}{A_i}$$

dove:

$A_0$  è l'ampiezza delle oscillazioni del ponte scarico

$A_i$  è l'ampiezza  $i^{\text{ma}}$  che ha inizio da  $A_0$ .

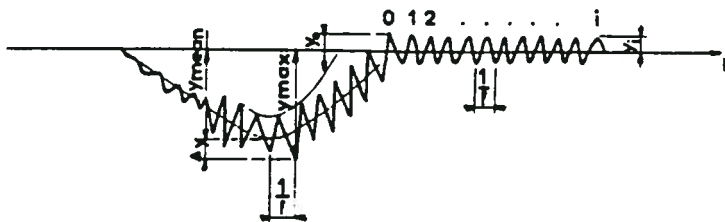


Fig. 5

- 14 TRAFERRO ANULARE: intervallo d'aria lasciato tra l'induttore e l'indotto in modo che il movimento relativo di rotazione avvenga senza attriti e senza pericoli di contatti.
- 15 Esempio disponibile in Italia presso l'Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni della Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Ancona (Via Brece Bianche, 60100 - Ancona, Italy).
- 16 Il meccanismo di servo-controllo consente appunto di variare automaticamente l'ampiezza dello spostamento delle masse.
- 17 Ad 1 Hz si ha una forzante di 0,4 t.; a 20 Hz di 8 t.
- 18 Per esempio. lo spostamento di un punto della struttura per unità di carico agente in un altro o nello stesso punto della struttura stessa.
- 19 TEORIA DEI PICCOLI MOTI DEI FILI: affinché le equazioni del moto possano essere scritte nella loro forma più semplice e cioè lineare (con i termini elevati a potenza uguale ad 1) è necessario che gli spostamenti dei punti del filo siano "molto piccoli" rispetto alle dimensioni geometriche del filo stesso.
- 20 EQUAZIONE DIFFERENZIALE: è un'equazione in cui oltre al termine che contiene l'incognita in modo esplicito, esistono termini in cui appaiono le sue derivate. Ad esempio nell'equazione del moto in cui lo spostamento è l'incognita del problema, appaiono, oltre ad esso, la velocità (derivata prima dello spostamento rispetto al tempo) e l'accelerazione (derivata seconda dello spostamento rispetto al tempo).
- 21 EQUAZIONE ARMONICA: è un'equazione differenziale in cui figurano soltanto il termine che contiene l'incognita in forma esplicita ad un termine che contiene la sua derivata seconda rispetto alla variabile indipendente.
- 22 EQUAZIONE CARATTERISTICA: condizione che deve soddisfare la soluzione di un'equazione differenziale affinché siano rispettate le condizioni al contorno.
- 23 AUTOVALORI : soluzioni in termini di frequenze del sistema di equazioni lineari che governano il moto di un sistema meccanico ad  $n$  gradi di libertà (cioè descrivibile da  $n$  masse concentrate) in condizioni non smorzate (cioè a smorzamento viscoso uguale a zero) ed in oscillazione libera (cioè senza forze applicate).

- 24 **AUTOFUNZIONI:** configurazioni geometriche (cioè posizioni) assunte istantaneamente dalle masse di un sistema meccanico ad  $n$  gradi di libertà per ognuno degli autovalori.
- 25 **DEFORMATA MODALE:** è la configurazione geometrica assunta istantaneamente dai punti costituenti un corpo elastico in vibrazione libera.
- 26 **INSIEME DISCRETO DI AUTOVALORI:** se un sistema continuo è rappresentabile da un numero finito  $n$  di masse concentrate ciascuna avente  $m$  gradi di libertà, il suo comportamento dinamico può essere descritto da un numero finito (discreto)  $n \times m$  dei modi di vibrare indipendenti, ciascuno caratterizzati da una frequenza di oscillazione (autovalore).
- 27 **TEOREMA DI ROUCHÉ- CAPELLI:** è un teorema matematico riguardante la soluzione di un sistema di equazioni lineari omogeneo (cioè con valore nullo dei termini noti). Il teorema afferma che una soluzione non banale del sistema di equazioni (cioè con valori delle incognite anche diversi da zero) si ottiene imponendo che sia nullo il determinante dei coefficienti delle incognite.
- 28 **ECCITAZIONE DI TIPO RANDOM STAZIONARIO (RUMORE BIANCO):** è un tipo di eccitazione (che può essere una forza di tipo meccanico o una pressione acustica) che viene applicata ad un sistema meccanico ed è caratterizzata dal fatto che contiene un numero infinito di componenti di ampiezza costante in un determinato intervallo di frequenze.





## BIBLIOGRAFIA

- [1] INTERNATIONAL STANDARD ISO 4866-1990, "Mechanical Vibration and Shock - Vibration of Buildings - Guidelines for the Measurement of Vibrations and Evaluation of their Effects on Buildings"
- [2] "La sperimentazione dinamica delle strutture", Manuali Tecnici ISMES
- [3] DIN 4150/3, "Vibrations in Buildings: Principles, Predetermination and Measurement of the Amplitude of Oscillations"
- [4] INTERNATIONAL STANDARD ISO 2631-1986, "Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration"
- [5] UNI 9614, "Misura delle vibrazioni negli edifici e criteri di valutazione del disturbo"
- [6] GIACCHETTI R., "Vibration Analysis: Theoretical Hints and Experimental Techniques", Materials and Structures, Vol.19, n° 111
- [7] CZECHOSLAVAK STANDARD CSN 736209 Loading test of bridges Stata Standard
- [8] WILSON E.L., SAP - "A. General Structural Analysis Program" Structural engineering report. NcUCSESM 70-20. University of California. Berkeley, California Sept. 1970.
- [9] HABIBULLAH A., Wilson E.L. - SAP 90 - Sample example and verification manual - Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, 1988.
- [10] MEIROVITCH L. , "Elements of Vibration Analysis" McGraw-Hill Inc., 1975

- [11] GATTI P.L., "On the Evaluation of Axial Tension in Tie-Rods as Structural Elements of Vaults and Arches", in fase di pubblicazione sulla rivista "Materials and Structures", 1992
- [12] JURINA L., "La diagnosi del sistema strutturale", Tecnologie del Recupero Edilizio di AA.VV., UTET Torino, 1989
- [13] AA.VV., "Il restauro delle costruzioni in muratura", Kappa, Roma, 1980
- [14] URBANO C., "Sulla determinazione del tiro nelle catene degli archi", estratto dalla rivista "COSTRUZIONI METALLICHE", N.5, 1967

MEIROVITCH L., "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill Inc., 1975

MENDITTO G., Indagini non distruttive dinamiche per il collaudo dei ponti in c.a. ed in carpenteria metallica.

Corso CIAS:

"INDAGINI NON DISTRUTTIVE PER L'INDIVIDUAZIONE DELLE CARATTERISTICHE MECCANICHE DEI MATERIALI, PER L'ESAME DEGLI EFFETTI VIBRATORI SULLE OPERE MONUMENTALI, PER IL COLLAUDO DEI PONTI IN C.A.

Università degli Studi di Parma 1+3 luglio 1992.

Finito di stampare nel mese di ottobre 1992