



*Centro Internazionale di  
Aggiornamento Sperimentale – Scientifico*

SEMINARIO SUL TEMA  
“EVOLUZIONE NELLA SPERIMENTAZIONE  
PER LE COSTRUZIONI”

---

Prof. Giancarlo Gioda – Politecnico di Milano  
***“Back analysis ad elementi finiti di prove di carico su pali vibrati”***





**BACK ANALYSIS AD ELEMENTI FINITI DI  
PROVE DI CARICO SU PALI VIBRATI  
G. Gioda<sup>1</sup>, A. Cividini<sup>1</sup>, A. Contini<sup>2</sup>, L. Locatelli<sup>3</sup>**

- 1 - Politecnico di Milano; Dipartimento di Architettura, Ingegneria delle Costruzioni e Ambiente Costruito, Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano  
2 - Spea Ingegneria Europea S.p.A., via G. Vida, 11, 20127 Milano  
3 - MIG S.r.l., Monitoraggi Ingegneria Geotecnica, via C. Goldoni 41, 20129 Milano

***Sommario***

*Il lavoro illustra l'interpretazione o back analysis, basata su calcoli elasto-plastici ad elementi finiti in regime tridimensionale, delle prove di carico effettuate su due vibropali strumentati in terreno granulare. Una prima analisi a ritroso evidenzia un'apparente incongruenza tra l'andamento dell'azione assiale lungo il palo ottenuto numericamente e quello derivante dalle misure. Appare che essa dipenda dall'incremento del diametro nominale del palo indotto dall'addensamento del circostante terreno granulare. Viene quindi condotta una seconda analisi nella quale appaiono come variabili libere sia i parametri meccanici del terreno "migliorato" dalla vibrazione sia la variazione del diametro del palo con la profondità. Essa porta ad una valutazione quantitativa di detta variazione e ad un ragionevole accordo con le misure sperimentali. Il lavoro si conclude con un paragone tra il diagramma carico-cedimento di un palo eseguito nel terreno "naturale" e quello di un palo vibrato, mostrando i vantaggi ottenibili con questa tecnologia in termini di riduzione dei cedimenti e d'incremento della capacità portante.*

## 1 INTRODUZIONE

La tecnica di infissione dei pali per vibrazione rappresenta una valida alternativa ad altri metodi utilizzati per la costruzione di fondazioni profonde, come i pali battuti o i pali trivellati con fanghi di bentonite. Essa, infatti, non applica al palo gli elevati sforzi di natura impulsiva derivanti della battitura e richiede tempi e costi minori di quelli necessari per i pali trivellati. Le sue tipiche applicazioni riguardano i terreni granulari e raggiungono una massima lunghezza del palo dell'ordine di poche decine di metri.

La sequenza di costruzione del vibropalo è mostrata in Figura 1. Essa consiste: (a) nell'infissione per vibrazione della cassaforma e della connessa tramoggia; (b) nella messa in opera dell'armatura; (c) nel getto del calcestruzzo e (d) nell'estrazione della cassaforma.

Un aspetto rilevante della tecnologia è la presenza di una valvola impermeabile alla base del palo. Essa, quando si opera sotto falda, impedisce l'ingresso dell'acqua nella cassaforma, evita che il calcestruzzo sia danneggiato o dilavato dall'acqua, garantendo quindi la buona qualità del palo. La valvola si apre automaticamente durante l'estrazione della cassaforma in modo che il calcestruzzo riempia il foro formato nel terreno.

Le vibrazioni possono indurre un addensamento del terreno granulare simile, anche se minore, a quello prodotto da una vibroflottazione [1,2,3] con conseguente incremento della sua rigidità e resistenza meccanica. Ciò comporta un aumento della capacità portante del palo e una riduzione dei cedimenti, aspetti che andrebbero considerati in fase di progettazione.

Gli effetti dell'addensamento sono qui studiati attraverso l'analisi a ritroso, o back analysis, ad elementi finiti di due prove di carico su vibropali strumentati. Dopo aver descritto l'indagine condotta in sito prima e dopo la costruzione dei pali, s'illustrano le caratteristiche delle prove di carico e della strumentazione impiegata per misurare, oltre al cedimento della testa del palo, anche le deformazioni al suo interno ed il carico trasmesso in punta.

Una prima back analysis non ha colto con adeguata approssimazione l'azione assiale derivante dalle misure in sito. Questo dipende dall'aver trascurato l'aumento del diametro del palo causato dalle vibrazioni. Si è condotta quindi una seconda analisi nella quale, oltre ai parametri geotecnici, è stato introdotto come variabile anche il diametro del palo. Essa ha permesso di valutare la variazione del diametro con la profondità e ha consentito un paragone numerico tra i diagrammi carico-cedimento di un palo eseguito nel terreno "naturale" e di un vibropalo, mostrando alcuni vantaggi di quest'ultima tecnologia esecutiva.

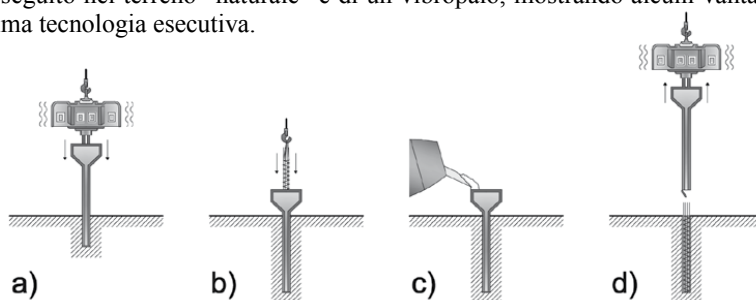


Figura 1: Sequenza costruttiva di un palo vibrato.

## 2 CARATTERIZZAZIONE DEL SITO

Lo schema del sito, con i due pali di prova ed i sei di contrasto, è mostrato in Figura 2. Prima dell'esecuzione degli 8 vibropali sono stati eseguiti un sondaggio e due prove penetrometriche dinamiche continue a punta conica, indicate con SCPT 1 e 2, per determinare le caratteristiche del terreno "naturale". I corrispondenti risultati sono riportati nelle Figure 3 e 4a, dove le zone potenzialmente soggette ad addensamento per vibrazione sono indicate con GS1-4. In vista delle successive analisi numeriche delle due prove di carico, il deposito è stato suddiviso in strati (cf. Figura 4b) assegnando a ciascuno di essi un valore di  $N_{SCPT}$  costante derivante dai dati penetrometrici.

Per valutare le caratteristiche del terreno addensato dalla vibrazione, dopo l'esecuzione degli otto vibropali sono state condotte quattro ulteriori prove indicate con SCPT 3-6 in Figura 2. I risultati sono mostrati in Figura 4c e la corrispondente variazione di  $N_{SCPT}$  adottata nei calcoli è riportata in Figura 4d.

Le deformazioni verticali del terreno causate dall'esecuzione dei pali sono state misurate per mezzo di un deformometro posto nel foro di sondaggio. I risultati in Figura 5 indicano che gli strati superiori, sino ad una profondità di circa 3 m, sono soggetti ad una moderata estensione. Quelli più profondi, invece, sono soggetti a deformazioni di compressione e, quindi, ad un probabile incremento della densità. Ciò è in accordo con l'aumento di  $N_{SCPT}$  rilevato dopo la costruzione dei pali negli strati al di sotto dei 3 m di profondità (cf. Figure 4a, 4c).

Le curve granulometriche di campioni prelevati dagli strati GS1-4 (cf. Figura 3) sono riportate in Figura 6, dove sono anche mostrate le zone *A* e *B* che caratterizzano i terreni granulari suscettibili di addensamento per vibrazione [4]. Si nota che, sebbene tutte le curve ricadano in dette zone, il terreno GS1 ha mostrato un addensamento inferiore a quello degli altri strati (cf. Figure 4a, 4c). Appare che ciò dipenda dal modesto confinamento del terreno superficiale.

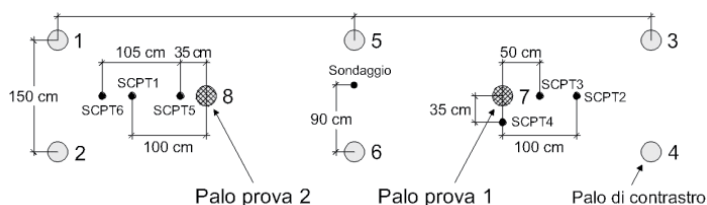


Figura 2: Schema della zona di prova (i numeri indicano la sequenza di costruzione dei vibropali).

## 3 CARATTERISTICHE DEI PALI E DELLE PROVE DI CARICO

I pali hanno lunghezza di 9.5 m e diametro nominale, coincidente con quello della cassaforma metallica, di 28 cm. La loro armatura consiste di sei barre longitudinali, 12 mm in diametro, e di una staffatura elicoidale, con diametro di 8 mm e passo di 20 cm, ad esse saldata.

Entrambi i pali di prova sono strumentati con estensimetri elettrici connessi alle barre d'armatura e posti in sette sezioni del palo 1 ed in sei del palo 2. Due estensimetri sono installati in ogni sezione su due barre opposte sul medesimo diametro. La prima sezione

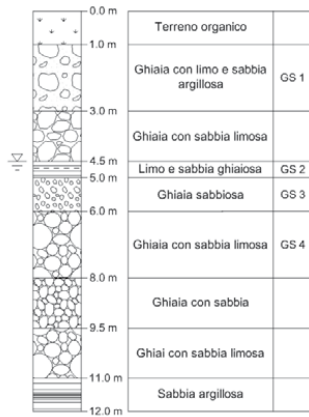


Figura 3: Stratigrafia del terreno nel sito di prova.

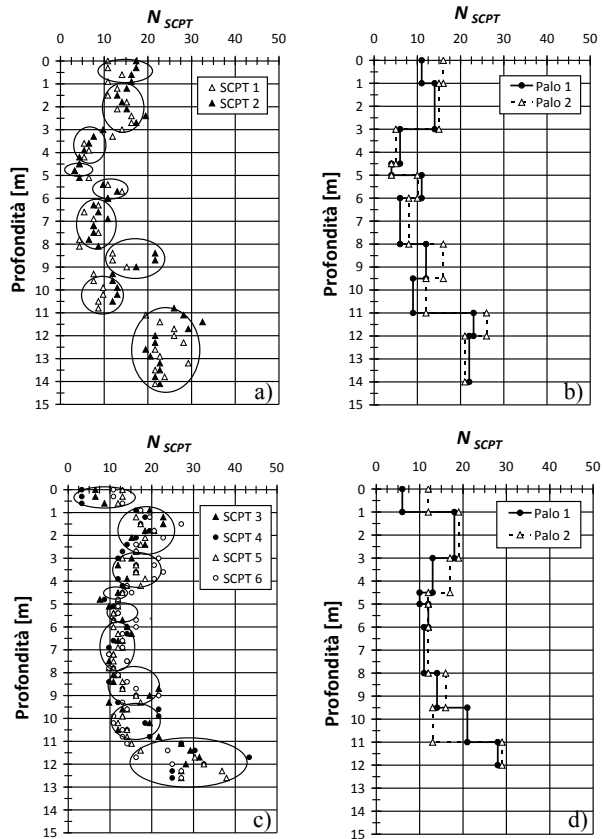


Figura 4: Risultati delle prove penetrometriche e corrispondenti stratigrafie adottate nei calcoli: a,b) terreno naturale; c,d) successivamente all'esecuzione dei pali.

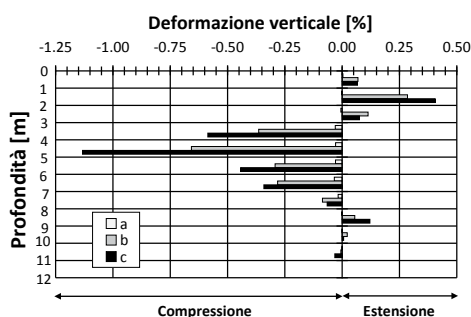


Figura 5: Deformazioni verticali nel terreno al termine della costruzione dei pali 3 (a), 5 (b) e 6 (c).

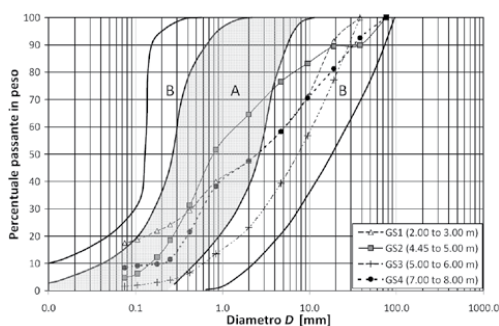


Figura 6: Curve granulometriche di campioni recuperati a diverse profondità (cf. Figura 3) e zone A e B dei terreni addensabili per vibrazione [4].

è posta a circa 70 cm dalla base del palo, le altre sono distanziate di 1 m verso la sua testa. Due ulteriori estensimetri ed una cella di carico idraulica sono posizionati in vicinanza della punta del palo 1 per determinare direttamente il carico trasmesso alla sua base.

Un telaio metallico, a forma di H, connette i quattro pali di contrasto a quello di prova. Il carico è esercitato da un martinetto idraulico governato da un sistema elettronico di controllo. Un teodolite laser automatico, o stazione globale, è posto a sufficiente distanza dall'area di prova e misura, con elevata precisione, gli spostamenti della testa dei pali e del telaio di carico.

Dopo un pre-carico di 50 kN, il processo di carico è stato suddiviso in tre cicli che raggiungono, rispettivamente, 300, 400 e 700 kN. I cicli sono stati a loro volta suddivisi in incrementi successivi, mantenendo il carico costante e verificando che gli spostamenti si siano stabilizzati prima di passare all'incremento successivo.

#### 4 PRIMA BACK ANALYSIS

La Figura 7 riporta i diagrammi carico-cedimento per le due prove di carico. Si deve osservare che il sistema di acquisizione dati del palo 1 ha mostrato alcuni problemi durante il primo ciclo di carico. Per questo motivo i corrispondenti dati non sono stati propriamente registrati e non sono mostrati nel diagramma.

Questi dati sono stati utilizzati in una prima back analysis, vedi ad es. [5], adottando un comportamento elastico perfettamente plastico ed il criterio di rottura di Mohr-Coulomb con legge di scorrimento non associata. L'analisi intende valutare il modulo elastico  $E$  e l'angolo di attrito  $\phi$  dei vari strati ed il coefficiente di spinta orizzontale  $K_h$ , parametri questi che caratterizzano il terreno "migliorato" dalle vibrazioni.

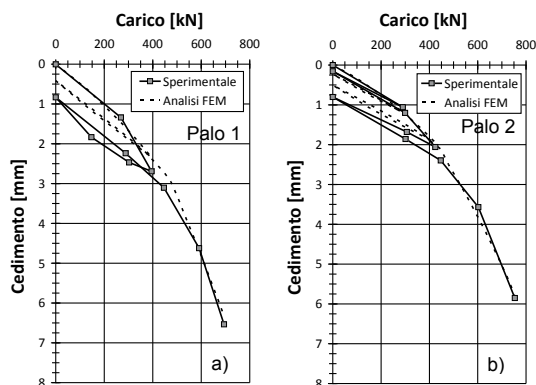


Figura 7: Diagrammi sperimentali delle due prove di carico (linee piene) e risultati dalla prima back analysis (linee tratteggiate).

Studi precedenti [6,7] hanno mostrato che il coefficiente di Poisson  $\nu$  e l'angolo di dilatanza plastica  $\psi$  hanno una modesta influenza sul comportamento dei pali. Per tale ragione questi due parametri non sono stati introdotti tra le variabili della back analysis, assumendo per essi valori costanti:  $\nu = 0.25$  e  $\psi = 0.1\phi$ .

I calcoli, condotti con il codice di calcolo non commerciale SoSIA [8] per l'analisi elasto-plastica dell'interazione terreno-struttura, sono stati basati su di un reticolo tridimensionale di elementi finiti isoparametrici ad 8 nodi contenente 17928 elementi e 15700 nodi. Per limitare gli effetti delle condizioni al contorno il reticolo ha dimensioni nel piano orizzontale di 40 m x 32 m (mentre la dimensione del sistema di pali in Figura 2 è di 8 m x 1.5 m) e raggiunge una profondità assai maggiore di quella della base dei pali. Un dettaglio del reticolo in vicinanza della zona di prova è mostrato in Figura 8. Si noti che il reticolo tiene conto della doppia simmetria del problema nel piano orizzontale. Considerando detta simmetria, solo 1/4 del carico è stato applicato al palo di prova e, in verso opposto, al palo di contrasto.

Il primo passo dell'analisi consiste nel valutare il modulo elastico dei vari strati. A tale scopo si è assunto che esso sia linearmente legato al numero di colpi  $N_{SCPT}$  in Figura 4d [9]. Su questa base è stata condotta un'analisi elastica della prova di carico adottando un modulo unitario per il primo strato e variando proporzionalmente quello degli strati successivi. I risultati del calcolo sono stati quindi scalati in modo da cogliere la pendenza del primo ramo del diagramma sperimentale in Figura 7, ottenendo l'andamento del modulo elastico con la profondità riportato in Figura 9a.

Per quanto riguarda l'angolo di attrito, valori approssimati sono stati dapprima valutati sulla base delle relazioni che lo legano ad  $N_{SCPT}$  [10]. I corrispondenti risultati, indicati con  $\phi^*$ , sono mostrati in Figura 9b.



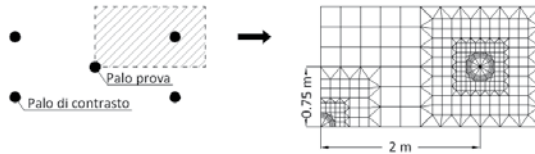


Figura 8: Dettaglio della sezione orizzontale del reticolo ad elementi finiti in vicinanza dei pali.

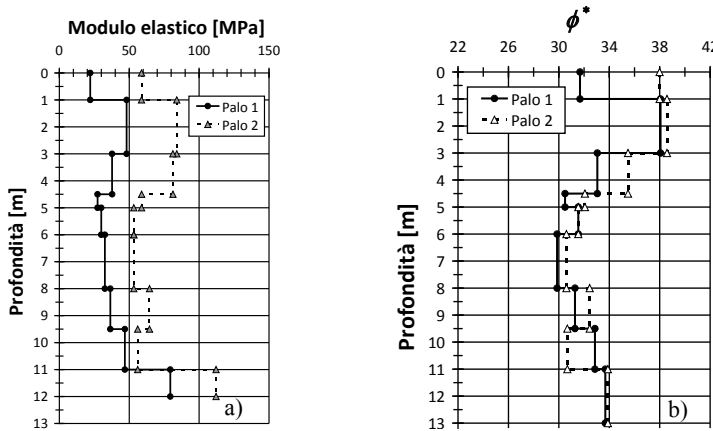


Figura 9: a) Variazione del modulo elastico con la profondità ottenuta dalla back analysis; b) variazione dell'angolo di attrito  $\phi^*$  con la profondità ottenuta in base ai dati in Figura 4d.

Tenendo conto che le prove SCPT, necessariamente eseguite ad una certa distanza dal palo, non colgono l'incremento di densità del terreno in contatto con il palo indotto dalle vibrazioni, si è assunto che l'angolo d'attrito "equivalente"  $\phi$  (che ingloba il comportamento dell'interfaccia palo-terreno) dipenda da  $\phi^*$  attraverso un coefficiente moltiplicativo  $\beta$ ,

$$\phi = \beta \cdot \phi^* \quad (1)$$

Il secondo passo della back analysis, avente come variabili i coefficienti  $\beta$  e  $K_h$ , richiede una serie di simulazioni ad elementi finiti della prova di carico condotte variando i due parametri incogniti. Per ogni analisi viene valutato l'errore medio  $E_r$  tra i cedimenti misurati ed i corrispondenti risultati numerici. La coppia di valori  $\beta$  e  $K_h$  che minimizza la funzione  $E_r$  rappresenta la miglior approssimazione con la quale il calcolo è in grado di cogliere i dati sperimentali.

La seguente espressione è stata adottata per la funzione errore,

$$E_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1,n} \sqrt{[u_i^* - u_i(\beta, K_h)]^2} \quad (2)$$

dove  $n$  rappresenta il numero di cedimenti  $u_i^*$  misurati durante la prova di carico e  $u_i$  sono i corrispondenti risultati del calcolo che dipendono da  $\beta$  e  $K_h$ .

La variazione della funzione errore  $E_r$  con il coefficiente d'attrito  $\beta$  è mostrata in Figura 10 per diversi valori di  $K_h$ . Si osserva che tutte le curve presentano in pratica il medesimo valore minimo della funzione errore  $E_r$ . Le coordinate  $\beta$  e  $K_h$  dei punti di minimo sono riportate nei diagrammi di Figura 11. Essi evidenziano che esiste una relazione pressoché lineare tra i valori delle due variabili che portano alla “migliore” approssimazione numerica dei dati sperimentali. Il fatto che l'analisi a ritroso non fornisca un risultato univoco mostra che un aumento dell'angolo di attrito può essere compensato da un'opportuna riduzione del coefficiente di spinta orizzontale e viceversa.

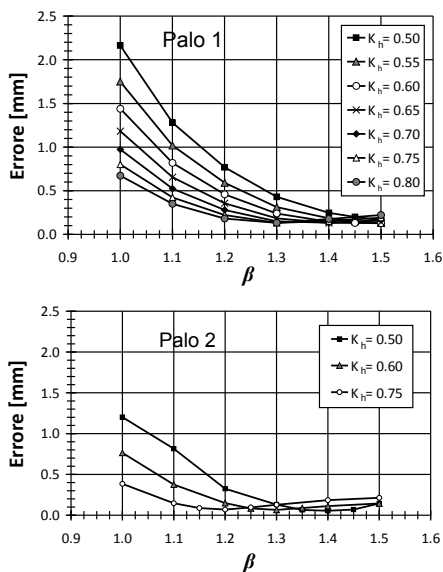


Figura 10: Variazione dell'errore  $E_r$  in funzione del coefficiente  $\beta$  per diversi valori del coefficiente di spinta orizzontale  $K_h$ .

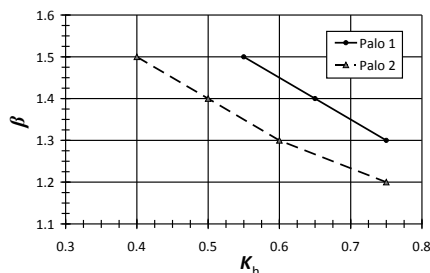


Figura 11: Legame tra i valori ottimi dei coefficienti  $\beta$  e  $K_h$ .

Le informazioni disponibili sul sito in esame indicano che il coefficiente di spinta a riposo  $K_0$  è vicino a 0.5. Considerando che le vibrazioni possono aumentare leggermente questo coefficiente nelle vicinanze dei pali, nei calcoli successivi si è adottato un coefficiente di spinta orizzontale  $K_h = 0.6$ . Di conseguenza, basandosi sui diagrammi di Figura 11, la distribuzione dell'angolo di attrito con la profondità è stata determinata moltiplicando l'angolo  $\phi^*$  in Figura 9b per un coefficiente  $\beta$  pari a 1.45 per il palo 1 e a 1.30 per il palo 2. Le Figure 7 e 12 mostrano i risultati sperimentali e quelli numerici in termini dei diagrammi carico-spostamento e della distribuzione dell'azione assiale lungo i due pali. Si noti che gli estensimetri installati in due sezioni del palo 1 sono stati danneggiati durante la loro installazione e che, quindi, i corrispondenti valori non sono mostrati in Figura 12.

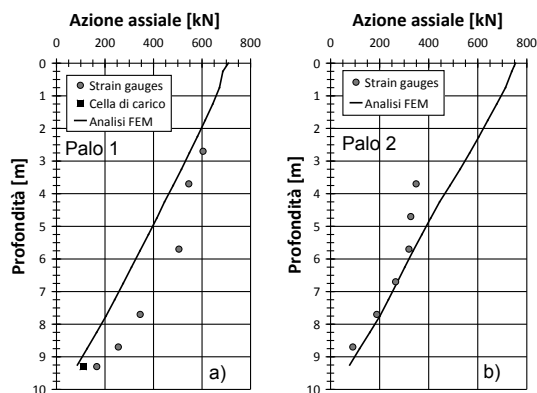


Figura 12: Andamento sperimentale dell'azione assiale nei pali e corrispondenti risultati numerici dalla prima back analysis.

I risultati della back analysis indicano un accettabile accordo tra le curve carico-cedimento, mentre lo stesso non si può dire per i diagrammi dell'azione assiale. Questo ha suggerito di riesaminare i dati sperimentali e le ipotesi alla base della loro interpretazione numerica.

## 5 SECONDA BACK ANALYSIS

Due aspetti relativi alle misure sperimentali sembrano rilevanti:

- 1) la cella di carico installata alla base del palo 1 indica una forza (cf. Figura 12a) che è circa la metà del corrispondente valore derivato dalle letture estensimetriche;
- 2) una apprezzabile differenza caratterizza le distribuzioni dell'azione assiale ricavata dagli estensimetri installati nei due pali.

Circa il primo punto si osserva che la cella di carico ed il suo sistema di acquisizione non hanno mostrato cenni di malfunzionamento durante la prova. Questo porta a ritenere che i corrispondenti risultati siano affidabili.

Al contrario, è stato prima detto che alcuni problemi hanno interessato gli estensimetri installati nel palo 1 e che alcuni di essi sono stati danneggiati durante la messa in opera. Sembra quindi possibile che le misure degli estensimetri del palo 1 siano affetti da un errore sistematico. Esse sono state quindi moltiplicate per una costante correttiva in

modo da far coincidere il carico derivante dalle letture degli estensimetri con quello misurato dalla cella di carico. Con tale correzione si è ottenuto per il palo 1 il diagramma di Figura 13, che appare consistente con quello mostrato in Figura 12b per il palo 2.

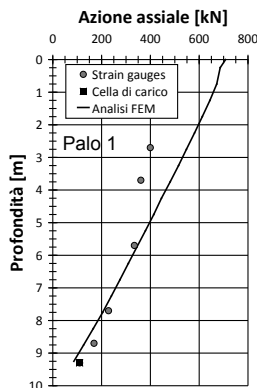


Figura 13: Andamento sperimentale “corretto” dell’azione assiale nel palo 1 e corrispondenti risultati della prima back analysis.

Si deve tuttavia osservare che i diagrammi nelle Figure 12b e 13 non possono rappresentare la reale variazione dell’azione assiale lungo i pali. Essi indicano, infatti, che circa metà del carico applicato si trasferisce lateralmente al terreno nei primi 3 metri del palo. Questo sarebbe possibile, ad esempio, in presenza di uno strato coesivo fortemente sovraconsolidato in vicinanza del piano di campagna, ma non lo è nel caso qui in esame.

La non corretta valutazione dell’azione assiale può ragionevolmente dipendere da errori o sul modulo del calcestruzzo, o sull’area della sezione del palo, adottati nella sua derivazione dalle deformazioni assiali. La buona qualità del calcestruzzo esclude un errore così rilevante sul modulo. Non resta quindi che considerare un errore circa l’area della sezione del palo. Si noti infatti che nei calcoli è stata adottata l’area nominale, corrispondente a 28 cm di diametro, mentre l’effettiva area della sezione potrebbe essere incrementata dalle vibrazioni.

Ciò appare possibile poiché il volume del calcestruzzo contenuto nella tramoggia è necessario per riempire completamente il foro creato nel terreno, che quindi ha volume maggiore di quello della cassaforma. In aggiunta, il diametro della testa del palo appare maggiore di quello della cassaforma. Sfortunatamente non è agevole misurare la variazione di diametro lungo il palo completato.

Per superare tale problema è stata condotta una seconda analisi a ritroso che vede come variabili libere sia i parametri geotecnici del terreno sia il diametro dei pali. I calcoli sono stati condotti adottando sempre  $K_f = 0.6$ .

Varie alternative sono state considerate per la variazione di diametro: un andamento lineare con la profondità e diverse variazioni a tratti. Per limitare il numero di incognite la medesima variazione è stata adottata per entrambi i pali. La migliore approssimazione

dei dati sperimentali è stata ottenuta suddividendo il palo in tre zone, come mostrato in Figura 14, il cui diametro varia da 33 cm alla testa del palo a 28 cm alla sua base.

I calcoli hanno portato ad una variazione trascurabile del modulo elastico rispetto a quello mostrato in Figura 9a e ad un fattore moltiplicativo  $\beta$  dell'angolo di attrito pari a 1.35 per il palo 1 ed a 1.20 per il palo 2, che corrisponde ad una riduzione di circa 8% rispetto ai risultati della prima back analysis.

I risultati dei calcoli sembrano ora soddisfacenti, infatti i diagrammi nelle Figure 14 e 15 colgono con sufficiente approssimazione sia l'andamento dell'azione assiale nei due pali sia le loro curve carico-cedimento.

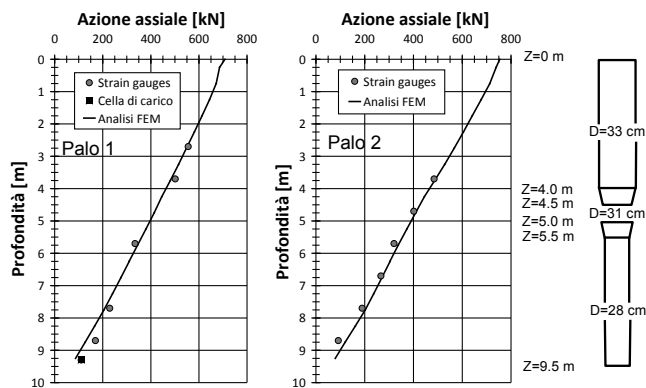


Figura 14: Andamento sperimentale dell'azione assiale e corrispondenti risultati numerici ottenuti considerando la variazione di diametro dei pali.

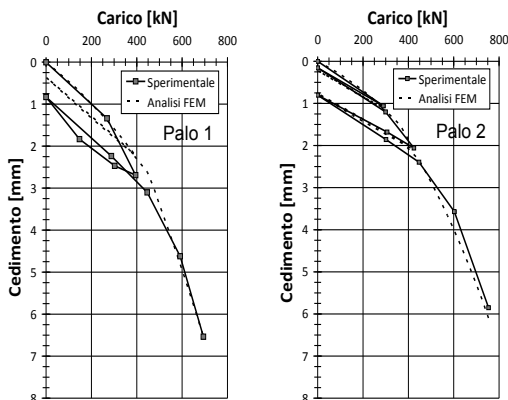


Figura 15: Diagrammi carico-cedimento sperimentali e corrispondenti risultati numerici ottenuti considerando la variazione di diametro dei pali.

Come ultimo passo di questo studio si è tentato un paragone numerico tra il comportamento di un vibropalo e quello di un palo non vibrato eseguiti nel medesimo terreno granulare.

Per il vibropalo è stato utilizzato il modello numerico precedentemente calibrato del palo 2. Il palo non vibrato ha diametro di 28 cm, coincidente con quello nominale del vibropalo, e la medesima lunghezza. Il calcolo ad esso relativo è basato sui parametri meccanici del terreno “naturale” ricavati dai dati penetrometrici in Figura 4a.

I calcoli hanno portato ai diagrammi di Figura 16. Il vibropalo ha una capacità portante maggiore di quella del palo eseguito senza vibrazione. In aggiunta, esso presenta cedimenti inferiori in corrispondenza del carico di esercizio, qui assunto pari a 175 kN. I calcoli mostrano, infatti, che il vibropalo ha cedimenti che non raggiungono la metà di quelli del palo tradizionale. Questo aspetto potrebbe essere considerato dal progettista nella scelta della tecnologia esecutiva dei pali di fondazione.

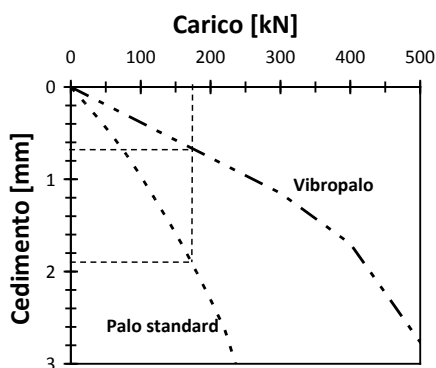


Figura 16: Diagrammi carico-cedimento ottenuti numericamente per un vibropalo e per un palo eseguito senza vibrazione.

## 6 CONCLUSIONI

I risultati ottenuti attraverso la back analysis di due prove di carico su vibropali eseguiti in un deposito granulare suggeriscono alcuni commenti che vengono qui riassunti.

Dipendentemente dalla sua distribuzione granulometrica, il terreno può subire una riduzione dell'indice dei vuoti a causa delle vibrazioni. Questo effetto, simile ma meno pronunciato di quello indotto da un trattamento di vibroflottazione, induce a sua volta un miglioramento sia delle caratteristiche di rigidità nel terreno circostante i pali sia dei suoi parametri di resistenza al taglio.

Le prove penetrometriche condotte dopo la costruzione dei pali mostrano un aumento della densità relativa negli strati di terreno granulare prони ad addensamento per vibrazione. L'analisi a ritroso delle prove di carico sui pali indica poi un aumento ancora più consistente dell'angolo di attrito “equivalente” del deposito, dell'ordine di almeno il 20%. Questo appare dipendere dall'incremento della densità del terreno a contatto col palo che non può essere colto dalle prove penetrometriche, necessariamente eseguite ad una certa distanza dai pali.

La back analysis, basata oltre che sulla curva carico-cedimento del palo anche sulla distribuzione dell'azione assiale derivata dalle letture estensimetriche, mostra che l'aumento del diametro nominale causato dalle vibrazioni non può essere trascurato per cogliere con sufficiente approssimazione i dati sperimentali.

Nel caso qui esaminato, l'aumento di diametro raggiunge circa il 18% alla testa del palo e si esaurisce ad una profondità pari a circa la metà della sua lunghezza.

La parte finale dello studio ha riguardato la simulazione numerica di due prove di carico, la prima su di un vibropalo e la seconda su di un palo "tradizionale" eseguito senza vibrazione. I calcoli mostrano che le vibrazioni aumentano la capacità portante del palo e ne riducono i cedimenti. Nel caso qui esaminato si osserva infatti che i cedimenti calcolati per il vibropalo sono dell'ordine del 50% di quelli del palo eseguito senza vibrazione.

Sembra quindi ragionevole concludere che l'analisi a ritroso delle prove di carico su pali strumentati rappresenta un'utile fonte di informazioni per il progettista e che, in presenza di terreni granulari, l'uso di pali vibrati può essere considerato come una valida alternativa ad altre tecnologie di realizzazione d'uso più frequente. La tecnica della vibrazione, infatti, risulta più spedita ed economica di quella della trivellazione e porta ad un non trascurabile aumento della rigidità globale della fondazione profonda.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] E. D'Appolonia, C.E. Miller, T.M. Ware - *Sand compaction by vibroflotation* - Proceedings of the Soil Mechanic Division ASCE; 1953; 79, 1-23.
- [2] R.E. Brown - *Vibroflotation compaction of cohesionless soils* - Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE; 1977; 103 (12), 1437-1451.
- [3] V. Cuellar, Z.P. Bažant, R.J. Krizek, M.L. Silver - *Densification and hysteresis of sand under cyclic shear* - Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE; 1977; 103 (5), 399-417.
- [4] D.A. Greenwood, K. Kirsch - *Special treatment by vibratory and dynamic method* - Proceedings of the Int. Conf. on Advances in Piling and Ground Treatment for Foundations; Institution of Civil Engineers, London; 1983; 17-45.
- [5] G. Gioda, S. Sakurai - *Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics* - Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics; 1987; 11 (6), 555-583.
- [6] H.G. Poulos, E.H. Davis - *Pile foundation analysis and design* - John Wiley & Sons Ltd.; New York U.S.A.; 1980.
- [7] L. Tosini, A. Cividini, G. Gioda - *A numerical interpretation of load tests on bored piles* - Computers and Geotechnics; 2010; 37 (3), 425-430.
- [8] A. Cividini, G. Gioda - *Pore pressure tension cut off in two-phase finite element analysis* - Computers and Geotechnics; 2004; 31 (8), 613-624.
- [9] A. Mandolini, C. Viggiani - *Settlement of piled foundations* - Geotechnique; 1997; 47 (4), 791-816.
- [10] A.W. Skempton - *Standard penetration test procedures and the effects in sands of overburden pressure, relative density, particles size, aging and overconsolidation* - Geotechnique; 1986; 36 (3), 425-447.