



## AFFIDABILITÀ DEI PROCEDIMENTI DI STIMA DELLA VULNERABILITÀ DI EDIFICI ESISTENTI

**Andrea Benedetti**

Università di Bologna  
Dipartimento DICAM  
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna, Italy

**Sommario.** *Nella nota si presentano indicazioni in merito alle zone d'ombra dei procedimenti di valutazione della vulnerabilità sismica di edifici complessi in muratura. Le attuali tecniche di modellazione consentono una valutazione quantitativa assai precisa del rischio sismico di edifici monumentali, ma occorre sempre tenere a mente che l'affidabilità di un risultato dipende da quella dei dati su cui esso è costruito.*

*Le moderne analisi fanno ampio uso di geometrie rilevate con il laser scanner per ottenere modellazioni realistiche, e di parametri fisici e meccanici determinati con prove non distruttive o su campioni. Tali strumenti tuttavia non sempre sono in grado di cogliere fattori di anomalia locale che sono assai più determinanti in relazione alla vulnerabilità della costruzione, di quanto possano esserlo modesti errori derivanti da tecniche d'indagine meno sofisticate.*

*Sussistono infine consistenti problemi d'interpretazione per quelle situazioni assai comuni in cui la costruzione è evoluta nel tempo per successive aggiunte e sono state via via effettuate manutenzioni dei materiali deteriorati come la ricostruzione dei letti di malta.*

*Alcuni semplici esempi relativi alla tematica indicata cercano di mostrare come la corretta soluzione del problema di previsione del comportamento sia da legare a una corretta raccolta di dati, che mette insieme un'attività sperimentale con l'esperienza professionale e la conoscenza storica, in modo da minimizzare l'impatto degli errori sui dati in relazione all'errore sui risultati.*

## 1 INTRODUZIONE

Le norme vigenti sono impostate in modo da garantire un livello di sicurezza prefissato nei confronti delle possibili combinazioni di eventi che potrebbero portare a situazioni limite la costruzione, con rischio per le cose e le persone.

Tale livello di rischio è definito dalla probabilità residua di insuccesso, che viene tenuta sufficientemente bassa (dell'ordine di un evento ogni 10.000 – 100.000 costruzioni), attraverso il sistema dei coefficienti parziali di sicurezza.

Si consideri un sistema strutturale per il quale sono note le distribuzioni di densità e cumulative di probabilità  $\lambda$  e  $\Lambda$  delle azioni  $S$  e delle resistenze  $R$ ; la probabilità di collasso del sistema risulta essere [Melchers, 1999]:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_R(x) \lambda_S(x) dx \quad (1)$$

Dove:

$$\Lambda_R(x) = P(R \leq x) = \int_{-\infty}^x \lambda_R(y) dy \quad (2)$$

Se  $R$  e  $S$  sono entrambe variabili normali gaussiane, indicata con  $Z = R - S$  la distribuzione del margine di sicurezza, l'Eq. (1) può essere riscritta come:

$$p_f = P(Z \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_C) \quad (3)$$

dove  $\Phi$  è la distribuzione normale standard (media zero e varianza unitaria)  $\mu_Z$ ,  $\sigma_Z^2$  sono rispettivamente media e varianza della funzione di distribuzione del margine di sicurezza e  $\beta_C$  è l'indice di affidabilità di Cornell (o indice di sicurezza), definito dall'Eq. (3). Il valore di  $\beta_C$  è una misura della distanza di un dato comportamento strutturale dal dominio di collasso in unità adimensionali. Quando  $R$  e  $S$  sono ambedue variabili gaussiane casuali:

$$\beta_C = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}, \quad (4)$$

Il calcolo probabilistico risulta assai complesso anche per sistemi semplici. Pertanto nelle norme attuali il controllo della probabilità di collasso è stato trasformato in una disuguaglianza su appropriati valori di riferimento delle distribuzioni delle sollecitazioni e delle resistenze. In particolare si definisce frattile  $n$ -simo di una funzione il valore della variabile che soddisfa la relazione:

$$P(y \leq \theta_n) = \int_{-\infty}^{\theta_n} \lambda(y) dy = n. \quad (5)$$

Nelle normative attuali, il frattile viene calcolato per valori cumulativi di 0,95 e 0,05 per le cosiddette azioni e resistenze caratteristiche, mentre viene calcolato per valori di 0,995 e 0,005 per le azioni e resistenze di progetto. Per funzioni di probabilità gaussiane tali frattili corrispondono a valori distanti rispettivamente 1,645 e 2,576 volte la

deviazione standard dalla media:

$$S_k = \mu_S + 1,645 \sigma_S, \quad S_d = \mu_S + 2,576 \sigma_S \quad (6)$$

$$R_k = \mu_R + 1,645 \sigma_R, \quad R_d = \mu_R + 2,576 \sigma_R \quad (7)$$

L'ottenimento dell'appropriata probabilità di collasso corrisponde a imporre che le azioni caratteristiche di riferimento moltiplicate per il loro coefficiente di sicurezza risultino inferiori alle resistenze caratteristiche divise per un appropriato coefficiente di sicurezza dipendente dal tipo di materiale:

$$S_d = \gamma_S S_k \leq \frac{R_k}{\gamma_R} = R_d \quad (8)$$

nella formula, le incertezze sulle azioni sono incluse nel coefficiente  $\gamma_S$ , le incertezze sulle resistenze nel coefficiente  $\gamma_R$ , ed eventualmente può essere tenuto conto all'interno di tali fattori di coefficienti di sicurezza aggiuntivi sui modelli di calcolo delle sollecitazioni e di calcolo delle capacità resistenti.

Se come usuale indichiamo con  $\text{cov}(x)$  il rapporto tra deviazione standard e media della variabile  $x$ , i coefficienti di sicurezza derivano dalla trasformazione di un frattile nell'altro:

$$\gamma_S = \frac{1 + 2,576 \text{cov}(S)}{1 + 1,645 \text{cov}(S)}, \quad \gamma_R = \frac{1 - 1,645 \text{cov}(R)}{1 - 2,576 \text{cov}(R)} \quad (9)$$

Considerando che per i carichi variabili il coefficiente di sicurezza è 1,35 si ottiene  $\text{cov}(S) = 0,98$ ; per quel che riguarda acciaio, calcestruzzo e muratura, i coefficienti pari a 1,15 - 1,50 - 2,00 forniscono rispettivamente  $\text{cov}(R) = 0,11 - 0,22 - 0,29$ .

Appare ovvio che piccole modifiche nelle proprietà statistiche dei materiali non sono in grado di modificare in modo sostanziale la probabilità di collasso di una costruzione. Pertanto qualora il modello di calcolo sia realmente rappresentativo del comportamento meccanico dell'organismo strutturale, la stima dell'affidabilità di quest'ultimo nei confronti di un prefissato evento è sufficientemente precisa da consentire una decisione in merito alle strategie di utilizzo future.

Tuttavia, nel caso in cui i fattori di incertezza ancorché singolarmente poco influenti sulla costruzione, siano in grande numero e distribuiti in modo caotico nel volume della stessa, il loro effetto può essere molto rilevante, conducendo a concatenazioni di eventi che possono drasticamente modificare l'affidabilità complessiva del sistema.

Nel seguito si esaminano molto sommariamente alcuni fattori di possibile divergenza delle stime basate su approssimazioni medie a grande scala delle variabili.

## 2 FATTORI DI INCERTEZZA DELLE VALUTAZIONI DI AFFIDABILITA'

Le incertezze sui dati di ingresso delle valutazioni di affidabilità sismica riguardano (con esclusione dei carichi che non verranno trattati), tre ingredienti principali:

- a) geometria dell'organismo strutturale,
- b) proprietà meccaniche dei materiali,
- c) rappresentatività del modello di calcolo e delle verifiche effettuate.

Per quel che riguarda la geometria, è evidente che piccole deviazioni rispetto alle dimensioni nominali delle pareti, delle volte, delle aperture, non costituiscono un reale fattore d'incertezza del risultato. Ben più importanti risultano aspetti della geometria che sono in grado di alterare sensibilmente il comportamento dell'organismo strutturale. Tali situazioni sono principalmente legate ad una difficoltà di individuazione dei difetti di continuità degli elementi strutturali. Si possono elencare:

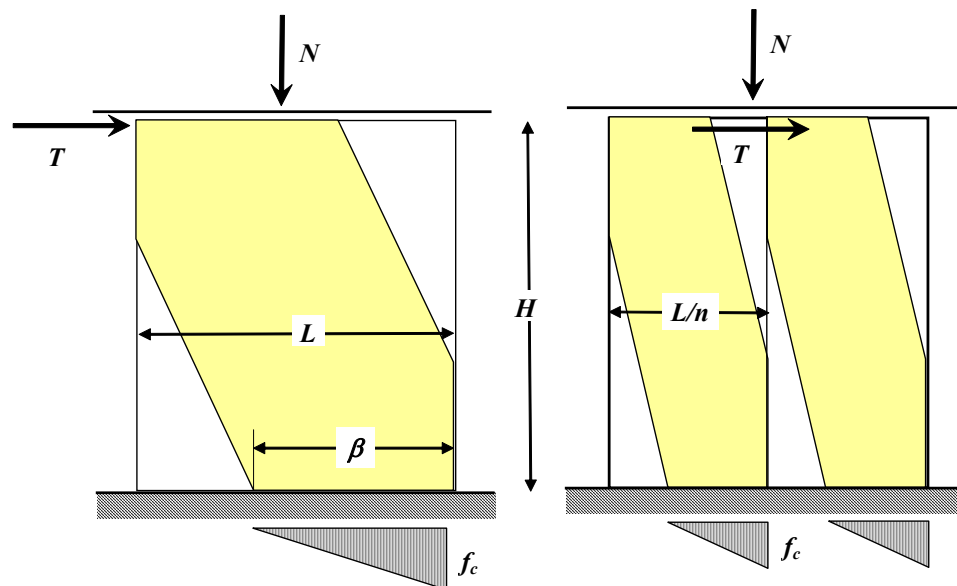
- 1) presenza di canne fumarie,
- 2) tracce che contengono tubazioni e impianti,
- 3) aperture tamponate senza eseguire dentellature di continuità delle murature,
- 4) architravi di lunghezza insufficiente,
- 5) mancanza di continuità negli spigoli di muri ortogonali,
- 6) erroneo collegamento di volte e solai alle sottostanti pareti,
- 7) mancanza di catene negli elementi spingenti della costruzione.

Si esaminano in dettaglio alcuni semplici esempi in grado di chiarire l'influenza dei difetti citati.

### 2.1. Difetti di continuità in pareti murarie

Si prende in esame un pannello murario singolo soggetto a forze di compressione e di taglio. Si mette in evidenza la riduzione di resistenza introdotta da linee di separazione del pannello in strisce verticali.

Si esamini il pannello di figura 1, supponendo che possa essere suddiviso in  $n$  sottocampi semplicemente accostati.



**Fig. 1:** Vista del pannello singolo diviso in  $n$  campi

Si introducono alcune relazioni che consentono di valutare il comportamento del pannello [Benedetti, Steli, 2008]. La lunghezza critica della zona compressa all'atto del raggiungimento della resistenza limite a compressione  $f_c$  vale:

$$\beta = \frac{2N}{t f_c} = 3 \left( \frac{L}{2} - \frac{TH}{2N} \right), \quad (10)$$

Da cui si ricava il taglio limite che provoca la plasticizzazione a flessione del pannello:

$$T = \frac{NL}{H} \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{N}{N_p} \right) \quad (11)$$

Ove  $N_p$  è pari a  $f_c Lt$ . Il valore del taglio deve tuttavia essere inferiore anche al valore che provoca la rottura per taglio del pannello:

$$T = f_{vk0} \beta t + N \tan \phi = \frac{\beta t}{\frac{1}{f_c} + \frac{1}{f_t}} + N \frac{f_c + f_t}{2\sqrt{f_c f_t}} = N \left( \frac{2f_t}{f_c + f_t} + \frac{f_c + f_t}{2\sqrt{f_c f_t}} \right) \quad (12)$$

Nel caso il pannello sia diviso in  $n$  strisce verticali da linee di mancanza di ingranamento, lo sforzo assiale risulta pari a  $N/n$ , il lato è  $L/n$ , e il taglio risultante risulta dalla somma dei tagli delle singole strisce di pannello:

$$T_n = \sum_1^n T_i = \frac{NL}{nH} \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{N}{N_p} \right) \quad (13)$$

Come si evince dalla formula, il taglio che può essere portato dal pannello suddiviso in  $n$  strisce è un  $n$ -simo di quello del pannello singolo. Occorre peraltro notare che anche la rigidezza del pannello:

$$U = \frac{1}{\frac{\chi H}{GA} + \frac{H^3}{12EJ}} = \frac{GLt}{H} \frac{1}{\chi + \frac{H^2}{L^2} \frac{1}{2(1+\nu)}} \approx \frac{5}{6} \frac{GLt}{H} \frac{1}{1 + \frac{H^2}{2L^2}} \quad (14)$$

Diminuisce assai più rapidamente della resistenza, presentando il valore:

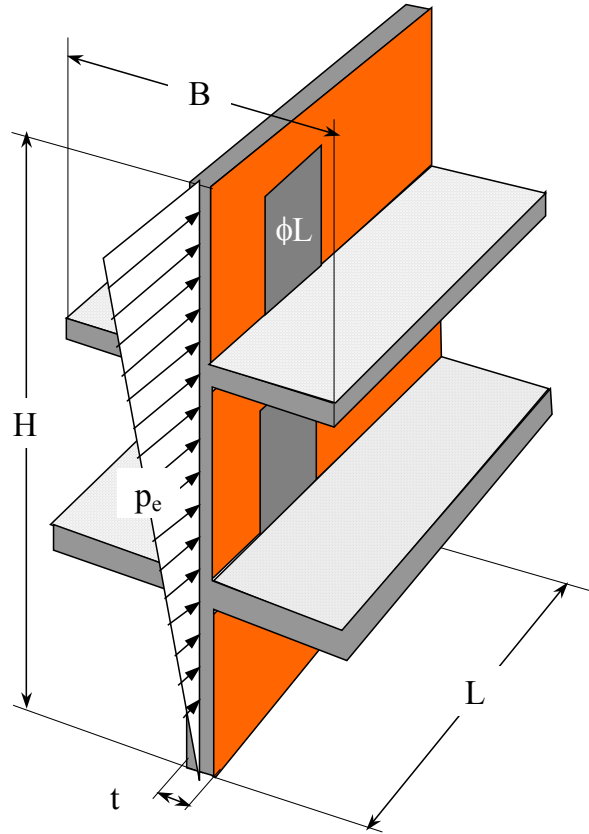
$$U_n = \sum_1^n U_i \approx \frac{5}{6} \frac{GLt}{H} \frac{1}{1 + \frac{n^2 H^2}{2L^2}} \quad (15)$$

Quindi risulta chiaro che la presenza di linee di sconnessione nelle pareti per effetto di scadente ingranamento, e zone di tamponatura di aperture senza cucì – scuci, possono indurre riduzioni drastiche riduzioni (a 1/2, 1/3 o ancora meno), della ipotetica resistenza del pannello senza interruzioni.

## 2.2. Analisi semplificata della resistenza di pareti murarie

Al fine di chiarire il fatto che la resistenza delle pareti murarie è una questione prevalentemente di geometria, si riporta una semplice analisi idealizzata del comportamento sismico di una parete isolata.

Con riferimento alla parete di figura 2, si ricavano le relazioni che legano la sollecitazione alla resistenza in modo esplicito. E' importante notare che, nel caso delle pareti in muratura, sia la resistenza sia la sollecitazione sono legate alla massa della parete, e pertanto la verifica a ribaltamento è quasi indipendente dallo spessore della muratura stessa.



**Fig. 2:** Vista dello schema della parete singola soggetta a sisma

Si definisce preliminarmente la massa media distribuita della parete per unità di superficie, e l'accelerazione di progetto che sollecita la parete:

$$\theta = (G_k + \psi Q_k) \frac{B}{i} + t \gamma_b, \quad S_d(T) = 2.5 \frac{a_g S}{q} \quad (16)$$

In base alla massa assegnata e all'accelerazione si possono calcolare le caratteristiche di azione interna in qualsiasi sezione orizzontale:

$$N_S(x) = \theta L(H - x) \quad (17)$$

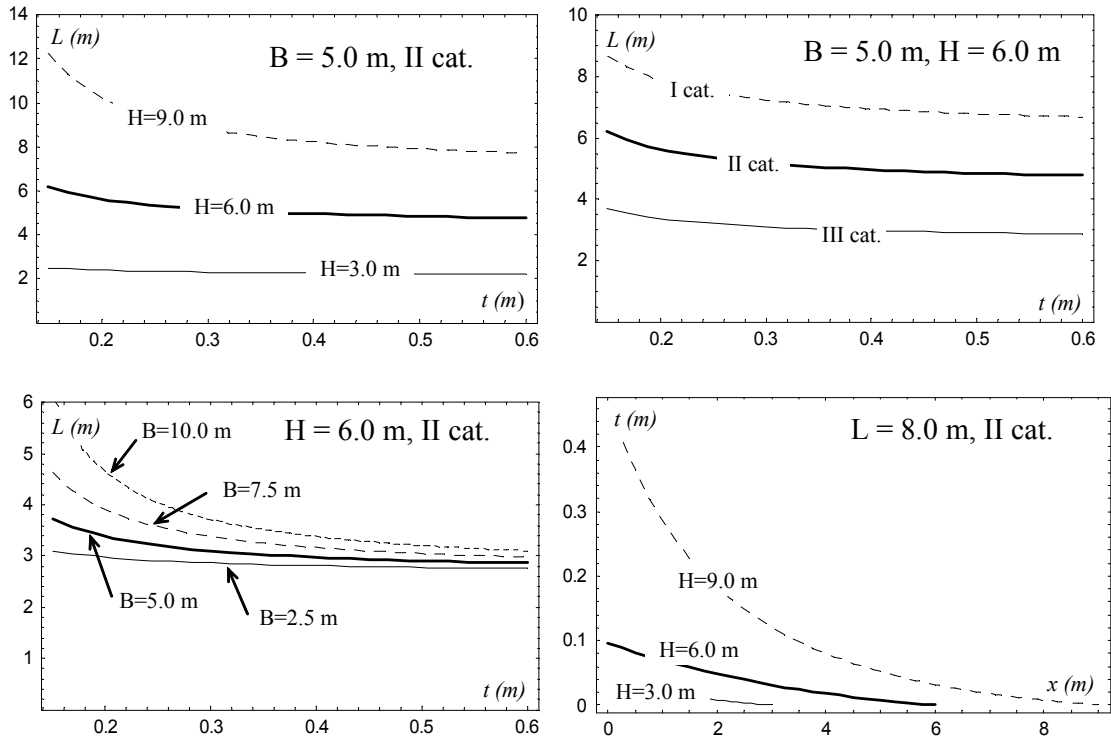
$$V_S(x) = \theta \frac{S_d}{g} \frac{H}{2} \left[ 1 - \left( \frac{x}{H} \right)^2 \right], \quad M_S(x) = \theta \frac{S_d}{6g} (H - x)^2 \left[ 2 + \frac{x}{H} \right]. \quad (18)$$

Anche le azioni interne resistenti sono calcolate per tale sezione in funzione dello sforzo normale agente:

$$V_R(x) = \frac{t L f_{vk0} + 0.4 N_S(x)}{\gamma_M}, \quad M_R(x) = N_S(x) \frac{L}{2} \left( 1 - \frac{N_S(x)}{k f_d L t} \right) \quad (19)$$

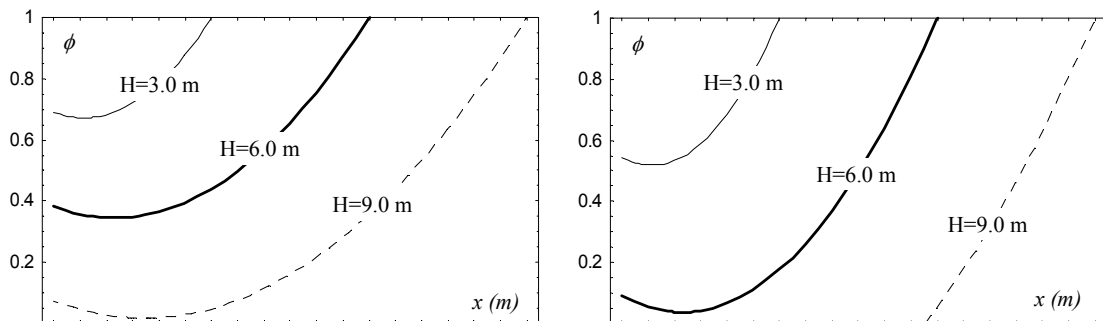
Si possono allora tracciare le curve che forniscono la situazione limite della parete in cui rispettivamente il momento massimo è pari al momento resistente limite, o il taglio sezione per sezione è pari al taglio limite resistente. Nelle successive figure sono illustrate alcune situazioni esemplificative del comportamento generale.

Dall'esame delle figure si evince che lo spessore non influenza se non marginalmente la verifica a ribaltamento che invece determina con notevole precisione il rapporto minimo tra altezza e lunghezza della parete. Tale rapporto dipende dalla categoria sismica del sito e in generale richiede che la lunghezza sia simile all'altezza.



**Fig. 3:** Diagrammi delle lunghezze e degli spessori allo stato limite

Tale tipo di risultato, è ribaltato dalla verifica a taglio. In questo caso, assegnata una lunghezza della parete in grado di soddisfare la verifica a ribaltamento, lo spessore della parete è univocamente determinato in funzione della quota ed evidenzia la sezione critica in vicinanza del primo solaio. Se si definisce il fattore  $\phi$  come la percentuale di aperture che può essere presente in una data sezione della parete, si ricava che tale parametro è precisamente definito in funzione dell'altezza della parete, e in questo caso anche dall'estensione del solaio portato dalla parete.



**Fig. 4:** Diagrammi della percentuale di aperture per il caso di II categoria sismica, spessore 750 mm, lunghezza 9,0 m e larghezza di solaio rispettivamente 5 e 10 m

Appare ovvio dalle considerazioni riportate appare evidente il ruolo della geometria della parete. Nel caso di parete con file di aperture, il ruolo del rapporto base / altezza è assunto dal rapporto tra base dei maschi murari / metà dell'altezza delle aperture. La criticità di tale rapporto in funzione della categoria sismica si traduce fedelmente nella criticità di questo fattore locale. E' importante sottolineare che quando la verifica a ribaltamento è violata, l'ispessimento della parete non è in grado assolutamente di risolvere il problema.

Possiamo a questo pensare a cosa succede se una parete è ridotta nello spessore dalla presenza di una cavità che contiene tubazioni e impianti, o se la parete è ridotta dalla presenza di una canna fumaria. Da quanto mostrato, tale difetto, se presente nei piani inferiori della costruzione, è in grado di generare la rottura per taglio – scorrimento della parete stessa.

### 3 AFFIDABILITA' DEI PARAMETRI MECCANICI

La determinazione dei parametri meccanici dipende in modo diretto dall'estensione e rappresentatività delle prove che vengono condotte, ma in generale, essendo possibili solo indagini limitatamente distruttive, il processo di estrazione dei dati su cui basare le successive analisi ha qualche sorgente di incertezza.

Per la grande maggioranza degli edifici il campione che è possibile ottenere è rappresentato dall'estrazione di carote di mattone e mattone con malta. Altri tipi di campioni quali triplette e piccole pareti sono spesso troppo distruttive per un edificio storico; l'unica eventuale alternativa è l'utilizzo di martinetti piatti doppi.



**Fig. 5:** Estrazione di carote di differente geometria dalla muratura  
(a) macchina carotatrice a corona diamantata, (b) cilindro di solo mattone, (c) con giunto di malta trasversale e (d) con giunto di malta longitudinale lungo il diametro



Occorre notare subito che il processo di estrazione dei campioni genera qualche danno, specialmente con riferimento alla malta. Spesso, l'acqua utilizzata dalla carotatrice per evitare il surriscaldamento può dilavare parti polverose del giunto di malta. L'utilizzo di macchine raffreddate ad aria non è sempre possibile per la limitata capacità di tali attrezzi, ed anche la poca stabilità dei supporti talvolta genera danni.

Come esposto in [Benedetti, Pelà, 2010], i parametri che vengono estratti dalle prove di compressione e di spacco alla brasiliana sono le resistenze meccaniche a compressione e trazione del mattone e della malta. A tali parametri devono essere aggiunti i moduli elastici e i coefficienti di Poisson. Una certa ridondanza delle prove soprattutto per quanto attiene alla malta può essere conseguita sui corsi di malta in sito con prove penetrometriche, ed attraverso prove di punzonamento di lastre di malta estratte da coppie di mattoni.

Una volta ottenuti i dati dei costituenti locali della muratura, è possibile ottenere parametri meccanici della stessa da utilizzare nelle verifiche di resistenza.

La maggior parte delle relazioni disponibili per tale passaggio si basa su una interpretazione della relazione costitutiva della muratura di tipo Mohr – Coulomb, ovvero mettendo in conto due variabili interne del materiale, la coesione  $c$  e l'angolo d'attrito interno  $\varphi$ . Tutto il comportamento esplicito del materiale nelle sue varie forme deriva da combinazioni di coesione e attrito.

E' interessante esprimere le resistenze a trazione e compressione come funzione dei due parametri citati:

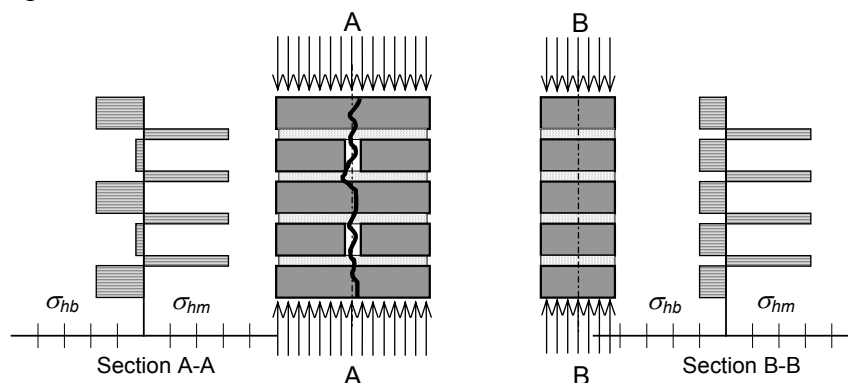
$$f_c = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad f_t = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad (20)$$

Ove nel seguito si indicherà con i pedici "b" il mattone, "m" la malta, "w" la muratura, "c" la compressione e "t" la trazione.

Ai fini di quanto si dirà in seguito, è utile esprimere anche coesione e angolo d'attrito in funzione delle resistenze monoassiali del materiale:

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{f_c f_t}, \quad \sin(\varphi) = \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t}, \quad \cos(\varphi) = \frac{2\sqrt{f_c f_t}}{f_c + f_t} \quad (21)$$

Le formule che predicono la resistenza della muratura in funzione dei parametri dei materiali componenti, includono necessariamente l'equilibrio delle tensioni, la congruenza delle deformazioni e il raggiungimento del limite di resistenza di almeno uno dei componenti.



**Fig. 6.:** *Equilibrio delle tensioni orizzontali nella muratura dopo la fessurazione*

Indicando con  $\varepsilon = E_m/E_b$  il rapporto dei moduli elastici e con  $\eta = h_m/h_b$  il rapporto degli spessori degli strati, si ricava per equilibrio e congruenza:

1) la proporzione della compressione orizzontale nella malta in funzione della compressione verticale viene fornita dal fattore  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{\nu_m - \varepsilon \nu_b}{1 - \nu_m + (1 - \nu_b) \varepsilon \eta}, \quad (22)$$

a partire dal quale e dal rapporto tra gli spessori degli strati, può essere individuata la resistenza della muratura:

$$f_{wc}^{(1)} = \frac{f_{bc} f_{bt}}{f_{bt} + \Phi \eta f_{bc}}. \quad (23)$$

La resistenza a compressione della muratura può essere anche ottenuta utilizzando una semplice formula empirica dovuta all'Eurocodice 6, che richiede solo le resistenze a compressione di malta e mattone:

$$f_{wc}^{(2)} = 0,6 f_{bc}^{0,75} f_{mc}^{0,25}. \quad (24)$$

La resistenza a compressione della muratura può anche essere ottenuta introducendo il raggiungimento del limite in stato di tensione biassiale sia per la malta, sia per il mattone. In questo caso (si veda [Brencich, 2003]) si ha:

$$f_{wc}^{(3)} = \frac{f_{bt} + \eta f_{mt}}{\frac{f_{bt}}{f_{bc}} + \eta \frac{f_{mt}}{f_{mc}}} \approx \frac{f_{bt} + \eta f_{mt}}{\nu_b + \eta \nu_m}. \quad (25)$$

Per quanto attiene alla resistenza a trazione della muratura, questa può essere assunta pari alla resistenza a trazione della malta  $f_{mt}$  in quanto all'atto della decoesione della muratura le fratture si localizzano all'interfaccia tra mattone e malta:

$$f_{wt} = f_{mt} \quad (26)$$

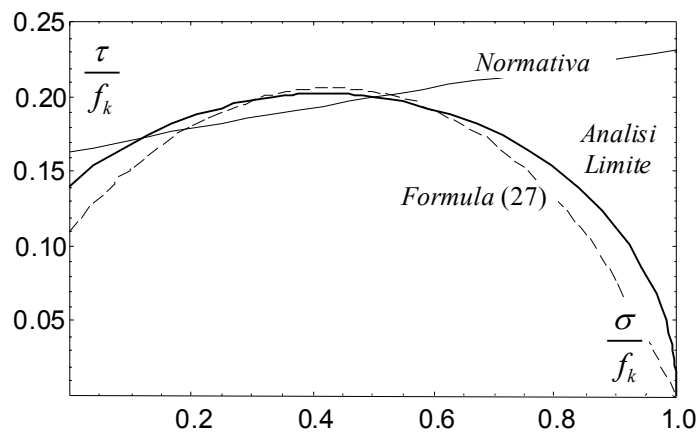
Infine, una valutazione analitica della tensione tangenziale di collasso di un pannello murario soggetto a compressione monoassiale, può essere ottenuta imponendo direttamente la condizione limite di Mohr-Coulomb alle tensioni principali di compressione e trazione che si manifestano nel centro del pannello; con riferimento a trattazioni usuali si ha:

$$\tau_u = \frac{\sqrt{f_{wc} f_{wt}}}{f_{wc} + f_{wt}} \sqrt{(f_{wc} - \sigma_0)(f_{wt} + \sigma_0)}. \quad (27)$$

La formula sopra riportata introduce comunque un'ipotesi assai forte sulla distribuzione delle tensioni; una più accurata analisi della resistenza a taglio dei pannelli può essere condotta con le tecniche dell'analisi limite come ad esempio riportato in [Zingali, 1989]. In tal caso, il pannello viene suddiviso in parti di materiale a stato di tensione costante, forzando poi l'equilibrio nelle linee di inter connessione.

Dalla figura seguente appare evidente che la formula indicata dalla Normativa vigente è del tutto incapace di rappresentare le tensioni tangenziali quando lo sforzo

assiale è molto elevato. Inoltre, la formula proposta, assegnando  $\sigma = 0$  è in grado di fornire un valore di riferimento per  $f_{vk0}$ .



**Fig. 7:** Dominio di resistenza taglio – sforzo normale nella muratura

Il comportamento di pareti murarie ideali composte di blocchi tutti uguali è in realtà molto distante da quello reale; in primo luogo le murature sono come detto composte da blocchi non tutti uguali, disposti secondo allineamenti non sempre ideali, sono presenti inclusioni di pietre e discontinuità di tessitura causate dal tamponamento di aperture.

Oltre a questo devono essere considerati i fenomeni di deterioramento ambientale della malta e del mattone i quali, in conseguenza delle possibili combinazioni di concentrazione di sali, umidità, temperatura, vento, sono in grado di produrre perdite di materiale distribuite con geometrie assai complesse.

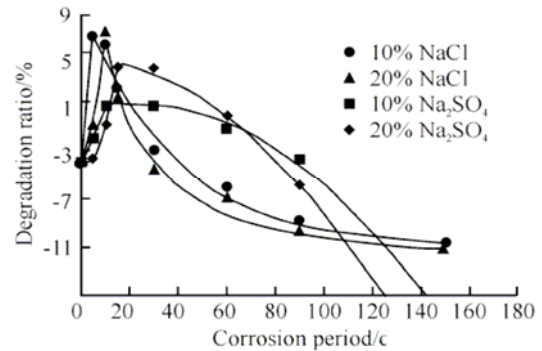
In prima approssimazione, si può considerare che la resistenza di una fabbrica muraria è in proporzione diretta del rapporto tra spessore residuo e spessore nominale. Nel caso della malta, può essere presente anche un abbattimento delle proprietà meccaniche non legato alla perdita di massa.



**Fig. 8:** Murature eterogenee del complesso S. Domenico a Cesena



**Fig. 9:** Vista dei deterioramenti nella Rocca di Castrocaro



**Fig. 10:** Decadimento della resistenza della malta in presenza di Sali [10]

Al fine di comprendere come la variabilità statistica dei materiali costituenti influenza la risposta complessiva della parete, si prende in esame una vasta campagna d'indagine condotta a Firenze su muretti composti da misture di mattoni di laterizio crudi e cotti. In tale indagine sono state esplorate molte differenti combinazioni di tali due tipologie di blocchi caratterizzati da una grande differenza di resistenza. Tra le altre prove, è stata portata a termine una sperimentazione su 12 muretti per i quali la disposizione dei blocchi era stata ottenuta in forma casuale per estrazione di elenchi di numeri random, una volta assegnata la frazione volumetrica delle due parti componenti.

I materiali utilizzati sono stati ampiamente investigati in modo da poter definire le proprietà meccaniche indicate in tabella II. Nella successiva figura 12 sono indicate le geometrie dei muretti ottenuti e gli istogrammi delle frazioni volumetriche che li caratterizzano [Benedetti, Spinelli, 1999].

L'analisi può essere condotta in forma probabilistica attraverso l'analisi convessa di affidabilità, assumendo una forma parametrica della distribuzione delle singole frazioni all'interno di ciascun campione [Ben Haim, Elishakoff, 1990].



**Fig. 11:** Campioni con mattoni cotti e di terra cruda

La rappresentazione parametrica lungo l'ascissa del muro della frazione di mattoni cotti presenti all'interno della colonna di ascissa  $x$  vale:

$$\alpha(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \cos\left[\pi\left(1 - \frac{2x}{L}\right)\right], \quad (0)$$

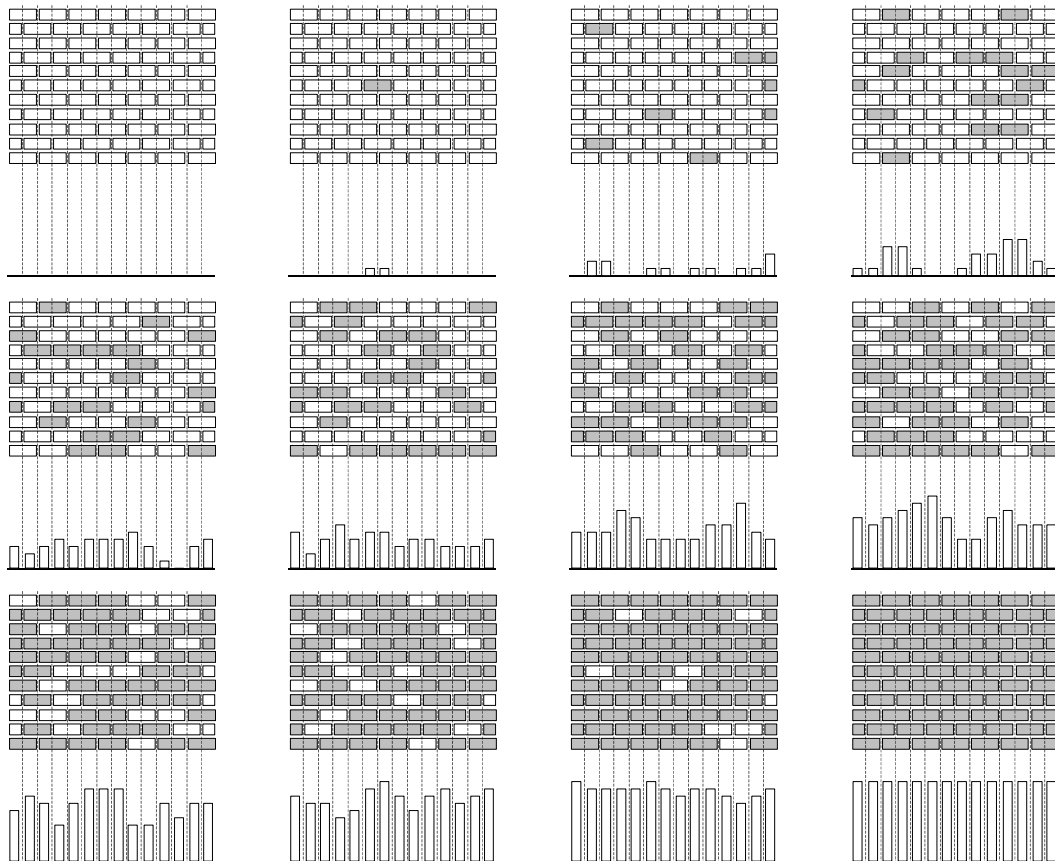
Ove per semplicità tale distribuzione considera solo variazioni simmetriche rispetto all'asse del muro. Il calcolo di  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  si effettua attraverso l'integrazione per ottenere i parametri statistici della distribuzione:

$$\alpha_1 = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(\xi) d\xi, \quad (0)$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{L} \int_0^L [\alpha(\xi) - \alpha_1]^2 d\xi}. \quad (0)$$

Material	Elastic Modulus	Tension Strength	Compression Strength
Adobe bricks	100	0.3	1.5
Baked bricks	2100	0.6	16.
Silty mortar	100	0.3	1.5
	Mpa	Mpa	Mpa

**Tab. I:** Dati dei materiali dei muretti caotici



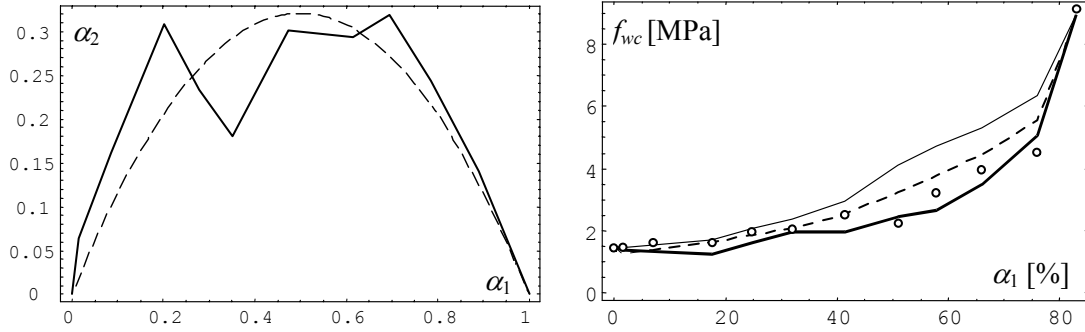
**Fig. 12:** Vista dei 12 muretti caotici e istogrammi delle frazioni di mattone cotto

L'analisi dei campioni visualizzati consente di verificare la possibilità di utilizzare la formula per il calcolo della resistenza a compressione in caso coesistenza di più fasi:

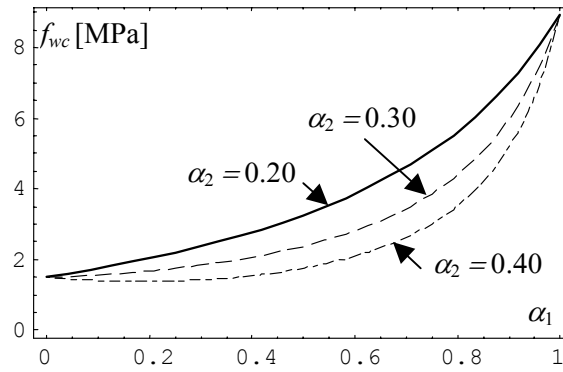
$$f_{wc}^{(\alpha)} = \frac{1}{\sum \frac{\alpha_i}{f_{bci}} + \bar{\Phi} \eta \sum \frac{\alpha_i}{f_{bti}}}, \quad (0)$$

Ove il fattore  $\bar{\Phi}$  può essere calcolato come media dei rapporti tensionali per le differenti fasi presenti.

I risultati delle analisi svolte sono riportati nelle successive figure e tabelle.



**Fig. 13:** Misura caotica  $\alpha_2$  e resistenza della miscela in funzione della frazione  $\alpha_1$



**Fig. 14:** Variazione della resistenza della miscela in funzione del fattore di dispersione

Panel	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$f_{ult}$ (exper)	$f_{wc}$ (comp)	$E_{bm}$ (exper)	$E_{bm}$ (comp)
1	0.0000	0.0000	1.42	1.50	98	100.0
2	0.0130	0.0636	1.52	1.46	95	101.2
3	0.0844	0.1606	1.63	1.53	101	108.4
4	0.2013	0.3087	1.58	1.72	112	125.1
5	0.2792	0.2327	1.95	2.06	148	133.1
6	0.3506	0.1800	2.10	2.39	145	142.5
7	0.4740	0.3010	2.53	2.96	190	176.4
8	0.6169	0.2930	2.25	4.11	198	226.2
9	0.6948	0.3194	3.25	4.72	235	282.0
10	0.7857	0.2440	3.95	5.29	227	325.4
11	0.8816	0.1405	4.53	6.32	337	388.8
12	1.0000	0.0000	9.15	8.92	543	521.0
	-	-	MPa	MPa	MPa	MPa

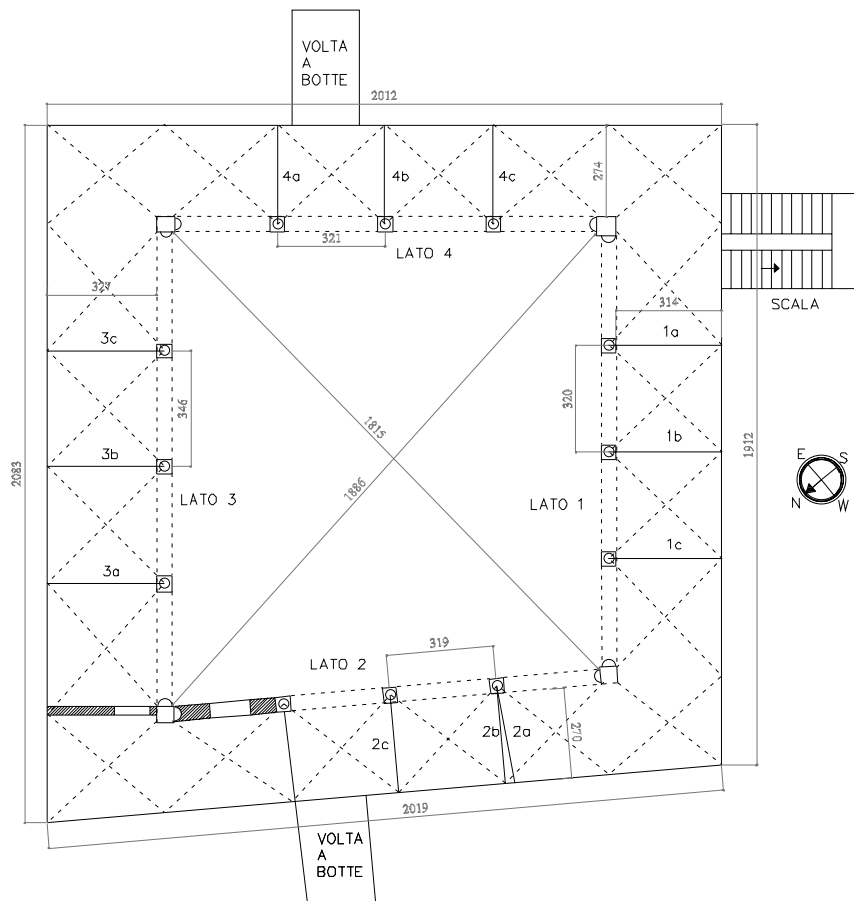
**Tab. II:** Dati dei risultati dei muretti caotici

Dall'analisi di quanto riportato si evince che una mistura di mattoni si comporta similmente al peggiore dei componenti fino a che la proporzione degli elementi di migliori caratteristiche non ha superato una soglia definita in base al problema, che nella meccanica caotica viene definita limite di percolazione.

L'unione di difetti geometrici quali interruzioni dell'ingranamento e presenza di mattoni scadenti o forati dispersi nella tessitura può provocare un decadimento locale non trascurabile della resistenza della parete. Anche deterioramenti profondi sono in grado di abbassare in zone concentrate la resistenza; in particolare, nelle fasce di esfoliazione per effetto della risalita capillare la resistenza a taglio può essere molto modesta, generando localmente fenomeni di scorrimento.

#### 4 UN ESEMPIO DI INTERPRETAZIONE DI DIFETTI

Allo scopo di mostrare il grado di alterazione che difetti di organizzazione possono generare nei dati sperimentali, si discute brevemente una campagna di monitoraggio condotta sul Portico della Commenda a Faenza.



**Fig. 15:** *Vista in pianta del portico della Commenda*

La campagna d'indagine è stata motivata dalla raccolta dei dati relativi allo stato di conservazione per poter attivare un procedimento di valutazione della vulnerabilità sismica del complesso. Il porticato in questione ha subito un pesante intervento di



manutenzione straordinaria con sostituzione di parti delle colonne in arenaria a seguito di un crollo verificatosi circa 15 anni fa,

Il porticato a sostegno delle volte a crociera di lato approssimativo 3,5 m è vincolato trasversalmente da catene metalliche di sezione rettangolare che non presentano sistemi di tensionamento. In corrispondenza di una di queste situate sul lato 1 sono presenti notevoli fessure sul capitello in corrispondenza della quota di attacco della catena.



**Fig. 16.a:** *Vista dei quattro porticati interni al chiostro, lato 1*



**Fig. 16.b:** *Vista dei quattro porticati interni al chiostro, lato 2*



**Fig. 16.c:** *Vista dei quattro porticati interni al chiostro, lato 3*

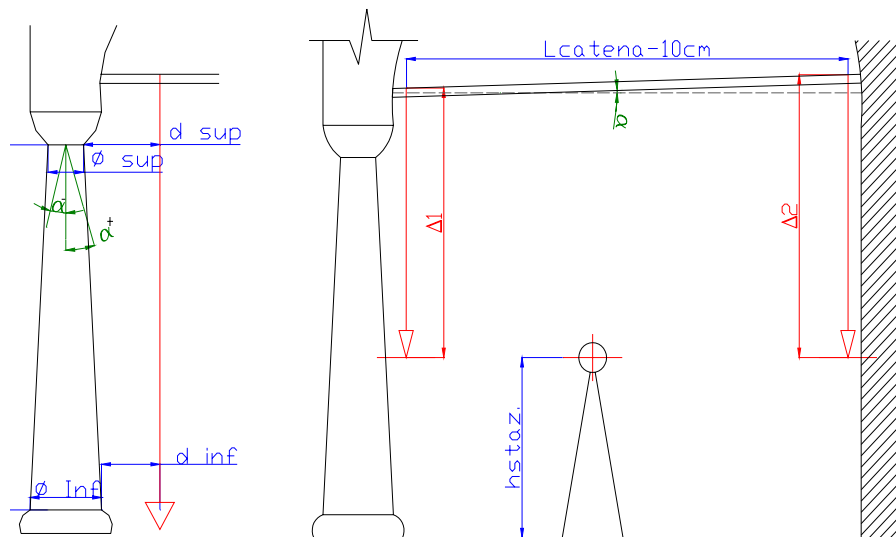


La struttura presenta un'inclinazione variabile delle colonne e un'inclinazione delle catene. Si assiste dunque alla sovrapposizione di uno stato di rotazione delle colonne con un abbassamento differenziale dei capichiave delle catene. Gli scenari possibili prevedono spinta verso l'esterno della testa della colonna da parte della volta ovvero cedimento della fondazione della colonna.

Nel primo caso la rotazione della colonna è positiva mentre quella della catena dovrebbe essere circa nulla; nel secondo caso si ha rotazione negativa delle colonne unita a rotazione positiva delle catene.



**Fig. 16.d:** Vista dei quattro porticati interni al chiostro, lato 4



**Fig. 17:** Schemi per la misura delle inclinazioni delle colonne e delle catene

Al fine di ottenere una stima di riferimento delle azioni delle catene che forniscono equilibrio alle spinte delle volte, si sono predisposti due modelli di calcolo. Il primo, manuale, usa lo schema limite di equilibrio degli archi delle volte. Il secondo fa riferimento ad un modello ad elementi finiti dell'intero fabbricato che consente di prevedere la redistribuzione delle spinte nelle catene dei quattro lati.



Fig. 18: Vista laterale del porticato e del capitello fessurato

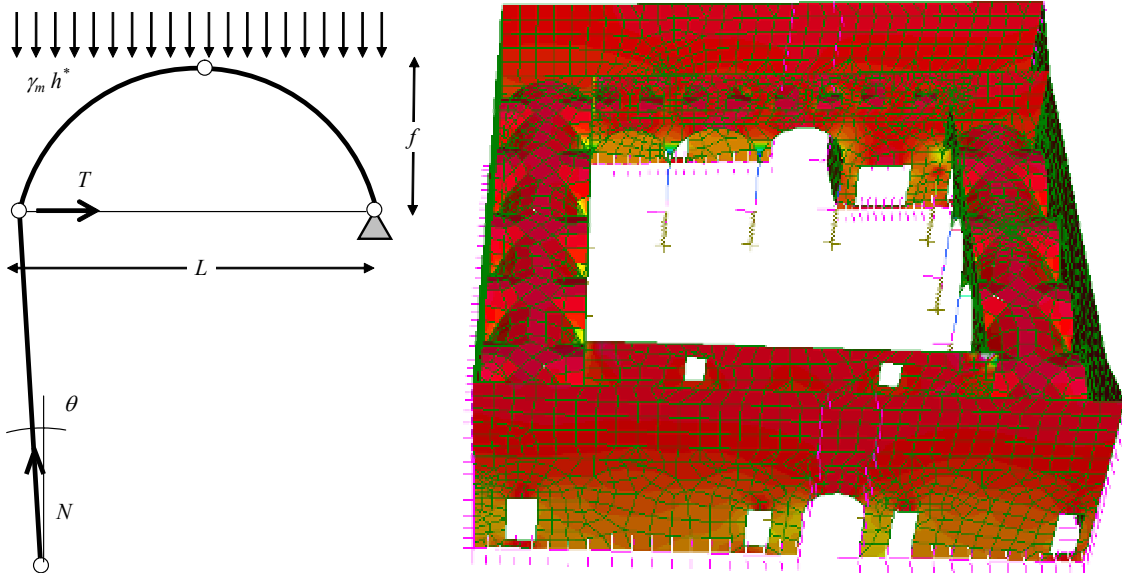


Fig. 19: Modello equilibrato e modello FEM di interpretazione

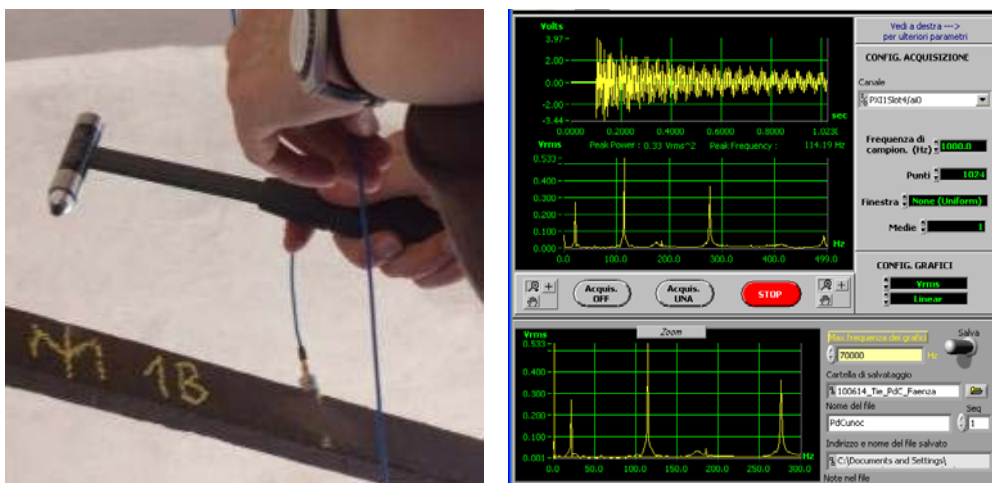


Fig. 20: Martello strumentato e tracciato accelerimetrico



**Fig. 21:** Vista della prova di carico per determinare il tiro della catena

CATENA	AREA [mm <sup>2</sup> ]	LUNG. [mm]	INCL. [deg]	FREQ. [Hz]	$N_{EQU}$ [kN]	$N_{FEM}$ [kN]	TIRO [kN]	TENS. [MPa]
1-A	518	3040	0,2	19,53	13,95	11,96	10,97	21,18
1-B	638	3030	1,3	21,00	13,82	12,85	23,91	37,48
1-C	600	2945	1,8	21,48	13,32	12,28	19,62	32,70
2-A	560	2900	-0,7	21,00	5,75	5,06	26,35	47,05
2-B	640	2920	-0,3	24,90	5,75	6,68	29,79	46,55
2-C	600	2955	0,3	18,07	10,16	8,07	30,29	50,48
3-A	592	2816	0,7	16,60	15,84	12,73	12,64	25,74
3-B	576	3145	0,5	13,67	15,69	13,36	21,02	42,81
3-C	546	3150	0,8	11,73	16,19	13,18	13,33	27,09
4-A	491	2755	0,3	23,44	3,74	4,04	57,16	<b>96,55</b>
4-B	491	2715	1,3	27,34	10,17	8,35	57,73	<b>100,23</b>
4-C	452	2700	1,3	26,86	10,57	8,85	63,96	<b>117,14</b>

**Tab. III:** Dati sperimentali dei tiri nelle catene

Sono state eseguite prove statiche e dinamiche sulle catene al fine di determinarne il tiro d'esercizio; sono state inoltre eseguite indagini penetrometriche e ultrasoniche sulla pietra delle colonne per valutarne la resistenza a compressione.

Da tali indagini sono scaturite le sollecitazioni elencate nelle tabelle III e IV.

Si evidenzia da tali risultati che le sollecitazioni sono in disaccordo con le determinazioni analitiche e numeriche per quanto riguarda le catene dei lati 2 e 4.

Le cause di tali diversità sono da ascrivere a fenomeni differenti.

- a) tra le colonne del lato 2 è presente un tamponamento residuo e nel caso della colonna 2-A si hanno due tiranti applicati sulla stessa colonna che hanno circa

lo stesso tiro. In questo lato sembra presente una distorsione di rotazione del portico con elevata inclinazione della colonna trattenuta da doppio tirante. Si può concludere che in questo caso la difformità è generata dalla geometria del portico su tale lato.

- b) Nel caso del lato 4, l'elevato stato di sollecitazione delle catene è conseguenza dei precedenti interventi eseguiti sulle colonne di questa parte di portico. Dall'esame della documentazione agli atti si ricostruisce che due colonne sono state riparate con parziale sostituzione del tamburo di pietra, inserendo un cilindro in materiale idoneo dopo aver tagliato e rimosso la parte di colonna deteriorata. Tale intervento è stato eseguito puntellando in sospensione gli archi di facciata, e sicuramente durante tale operazione di taglio e sostituzione è stata operata una coazione impressa alla testa della colonna e alla catena, di modo che la sua tensione è fortemente incrementata da spostamenti irreversibili subiti dalla colonna.

E' importante notare che nel caso in esame non è possibile calcolare solo sulla base dei dati geometrici e meccanici lo stato di sforzo della costruzione, perché è presente uno stato di coazione causato dalle precedenti manutenzioni straordinarie, e solo la conoscenza della storia di dette manutenzioni è in grado di gettare luce sulle differenze di tiro che si hanno tra le valutazioni teoriche e quelle sperimentali.

COLONNA	DIAM.	LUNG.	INCL.	$V_{us}$	E/1000	$f_c$	$N_{col}$	$\sigma$	$f_{cm}/\sigma$
	[mm]	[mm]	[deg]	[m/s]	[MPa]	[MPa]	[KN]	[MPa]	[-]
1-A	310	1350	0.30	3765	34,03	39	91,10	1,29	28,31
1-B	310	1350	0.59	3511	29,59	35	80,44	1,14	28,33
1-C	310	1345	-0.41	4065	39,67	60	94,06	1,33	37,47
2-A	290	1390	1.40	5607	75,47	80	72,90	1,03	75,47
2-B	290	1390	1.40	-	20,04	11	65,65	0,93	16,96
2-C	300	1380	0.06	2889	-	14	38,40	0,54	25,93
3-A	310	1340	-0.21	1666	6,67	13	80,70	1,14	8,63
3-B	300	1430	0.32	3028	22,02	14	81,64	1,16	15,53
3-C	290	1380	0.22	2887	20,01	33	94,13	1,33	19,93
4-A	280	1380	-4.53	5775	80,06	80	84,34	1,19	67,25
4-B	300	1490	0.02	1950	9,12	28	83,65	1,18	15,73
4-C	320	1440	0.03	1123	3,03	14	86,58	1,23	6,92

**Tab. IV:** Dati sperimentali e coefficienti di sicurezza delle colonne

## 5 BIBLIOGRAFIA

- [1] Aprile A., Benedetti A., Grassucci F., *Assessment of Cracking and Collapse for Old Brick Masonry Columns* - ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 127, 12, 2001, pp. 1427–1435.
- [2] Anselmi V., Aprile A., Benedetti A., Safety and reliability of structures including ductile and brittle elements, AUGUSTI, SCHUËLLER Eds., *Proceedings of the ICOSSAR 2005*. Roma, (vol. 1, pp. 2183 – 2188), 2005, Rotterdam, Millpress.

- [3] **Ben-Haim, Y. & Elishakoff, I.**, *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics*. Amsterdam: Elsevier, 1990.
- [4] **Benedetti A., Spinelli P.**, “On The Strength Uncertainty Assessment of Masonry Walls Made With Non Homogeneous Brick Mixtures”, *Proc. of ESREL '99 – Safety and Reliability*, Schueller and Kafka Ed.s, Balkema, Rotterdam, 1999.
- [5] **Benedetti A., Steli E.**, “Analytical models for shear–displacement curves of unreinforced and FRP reinforced masonry panels”, *Construction and Building Materials*, **22**, 2008, pp.175–185.
- [6] **Benedetti A., Pelà L., Aprile A.**, Masonry properties determination via splitting tests on cores with a rotated mortar layer, *8<sup>th</sup> International Seminar on Structural Masonry (ISSM 08)*, Istanbul 5-7 November 2008.
- [7] **Benedetti A., Pelà L.**, “Dalla raccolta dei dati all'analisi del modello nella valutazione della sicurezza sismica”, *Seminario CIAS*, Firenze, 5 marzo 2010.
- [8] **Benjamin, J. & Cornell, C.A.**, *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [9] **Brencich A.**, *Appunti di lezione per la laurea specialistica – parte 3a – I materiali*, Università di Genova, 2003.
- [10] **Fan Y., Hu Z., Zhou J., Li X.**, Properties of corroded concrete under compressive uniaxial load, *Journal of Wuhan University of Technology*, Vol.23, **2**, 2008.
- [11] **Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.**, *Methods of structural safety*, Prentice-Hall, 1986.
- [12] **Melchers, R.E.**, *Structural reliability analysis and prediction*, John Wiley & Sons. 1999.
- [13] **Zingali A., Masciotta L.**: Analisi limite per campi di tensione costante di pannelli murari soggetti ad azioni verticali ed orizzontali, *Atti del 4° Conv. Naz. ANIDIS*, Pitagora Editrice: Bologna 1989.