

Metodi innovativi di analisi su archi e volte

Cucco F.*, Panzeca T.**, Terravecchia S.**

Introduzione

Una delle problematiche più rilevanti nell'ambito della salvaguardia delle strutture murarie, ed in particolare del patrimonio artistico e monumentale, è quella di individuare le cause dei dissesti riscontrati nei paramenti murari, negli archi o negli elementi voltati. Risulta interessante utilizzare metodologie supportate da appropriati codici di calcolo che consentano di operare delle simulazioni numeriche sulla struttura muraria esistente al fine di individuare le possibili cause dei dissesti, quali la mancanza di continuità per frattura dei conci o per distacco tra i conci.

Tra le cause principali dei dissesti delle strutture murarie possono considerarsi i cedimenti differenziali del terreno di fondazione e le azioni sismiche. Per ambedue le cause occorre seguire delle strategie che consentano una valutazione accurata in grado di comprendere la fenomenologia in atto.

Un altro obiettivo che deve essere perseguito è dato dalla strategia preventiva sui possibili danni che si possono manifestare nelle costruzioni in esame, individuare le possibili cause e porre appropriati rimedi. Ciò può essere fatto solamente attraverso simulazioni di tipo numerico.

Quindi sia in fase di determinazione delle cause del danno che in fase di prevenzione è necessario avere un codice di calcolo con cui è possibile effettuare in tempi rapidi tutte le simulazioni al fine di comprendere il comportamento del sistema murario soggetto alle azioni esterne. Inoltre spesso lo studio delle costruzioni in muratura non può essere effettuato senza considerare il terreno di sedime come sistema strutturale di supporto e pertanto è necessario intervenire attraverso una analisi che tenga conto dell'accoppiamento terreno-struttura muraria.

Si interviene pertanto esaminando il comportamento della struttura muraria soggetta a tutte le possibili azioni esterne e, separatamente, analizzando la risposta del terreno soggetto al proprio peso e ad azioni superficiali. In una fase successiva, note le relazioni separate che regolano il comportamento della struttura muraria e del terreno, si introducono alcune condizioni per la connessione dei due sistemi scritte in corrispondenza delle zone di appoggio delle fondazione. In questo consiste l'accoppiamento *struttura muraria – terreno di fondazione*.

Gli usuali codici di calcolo impiegati per l'analisi *della struttura muraria* hanno come base teorica il Metodo degli Elementi Finiti (FEM). Però tale metodo presenta molti inconvenienti legati, in larga misura, al tipo di discretizzazione impiegata nella struttura muraria, che è un continuo ma che è suddivisa in modo fittizio in tanti elementi triangolari o quadrangolari, affidando la continuità geometrica e meccanica del sistema murario solamente ai nodi di connessione tra tali elementi.

Per quanto riguarda l'analisi del *terreno* è necessario operare con una appropriata metodologia. Infatti l'impiego del FEM risulta poco idoneo anche nell'ipotesi di una discretizzazione del suolo con elementi di tipo isoparametrico: si ottengono soluzioni poco attendibili. Sono preferibili, invece, modelli continui associati al semispazio. Un approccio

* Cucco F. - Professore a contratto, Facoltà di Architettura di Palermo

** Panzeca T., Terravecchia S. - Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Palermo

largamente impiegato è il metodo degli elementi di contorno nella sua formulazione per collocazione (BEM). Questo metodo però presenta un notevole inconveniente in quanto la formulazione prevede l'utilizzo di operatori algebrici non simmetrici, cioè l'utilizzo di una matrice del sistema risolvibile non simmetrica.

Recentemente un *nuovo approccio simmetrico degli elementi di contorno* (SGBEM) è stato proposto ed applicato a numerosi problemi di ingegneria pratica, ivi compreso il problema dell'interazione suolo-struttura. Per tali problemi spesso nasce la necessità di suddividere il sistema in sottostrutture (definite anche macro-zone) aventi proprie caratteristiche fisiche (modulo di Young E , coefficiente di Poisson ν , peso specifico γ), e geometriche (spessore s).

L'impiego di tale metodo comporta:

- la possibilità di prevedere come azioni esterne: le forze di massa statiche agenti secondo qualsiasi direzione e le distorsioni volumetriche nel dominio, le forze distribuite sul contorno libero, i cedimenti imposti nel contorno vincolato;
- la simmetria degli operatori algebrici del sistema risolvibile;
- l'impiego di elementi strutturali di grandi dimensioni con un basso numero di variabili di contorno;
- la compatibilità e l'equilibrio soddisfatti in ogni punto del dominio perché vengono impiegate le soluzioni fondamentali;
- il calcolo in forma chiusa di tutti i coefficienti di carico e della matrice del sistema risolvibile;
- la semplice modifica della eventuale discretizzazione del contorno;
- una analisi condotta tenendo conto della reale distribuzione del carico di contorno per la mancata necessità di uso di forze nodali equivalenti come avviene nel FEM;
- la facilità di analisi nell'accoppiamento FEM-SGBEM;
- il trasferimento degli integrali di volume (forze di massa e distorsioni volumetriche) sul contorno, riconducendo così tutti gli aspetti computazionali al solo contorno.

Per il caso in esame di interazione struttura muraria – terreno, tale approccio risulta particolarmente versatile. Infatti il metodo prevede la suddivisione del sistema formato dai pannelli murari e dal terreno in macrozone e la attribuzione a ciascuno di essi delle caratteristiche fisico-meccaniche (E , ν , γ) e geometriche (spessore), non facendo differenza alcuna sulla diversa tipologia che esiste tra i pannelli murari ed il terreno. Questo approccio non tiene conto della dimensione che può essere assunta dalle macro-zone, permettendo così una suddivisione sia dei pannelli murari che il terreno in macro-zone grandi o piccole, solamente in ragione delle differenti caratteristiche della materia costituente. Peralto tutte le suddivisioni possono avere forma qualsiasi, e ciò costituisce una notevole differenza rispetto a quanto può essere fatto con il Metodo degli Elementi Finiti. In particolare è possibile che ciascun concio o addirittura lo strato di malta può costituire una macro-zona introducendo così, in quest'ultimo caso, nello schema di calcolo la reale geometria della malta di connessione.

Tale approccio per macro-zone (o sottostrutture) offre nella sua formulazione agli spostamenti ulteriori vantaggi:

- il numero delle variabili si riduce alle sole variabili spostamento dei nodi di interfaccia tra le sottostrutture;
- i tempi di calcolo si riducono al crescere del numero delle macro-zone;
- è possibile suddividere il sistema in tante macro-zone al fine di tenere in conto della sua reale condizione fisico-geometrica;

- per problemi non lineari è possibile eseguire una analisi al passo intervenendo sulla matrice di rigidezza e sul vettore di carico delle macro-zone dove sono localizzati i fenomeni non lineari;

in particolare

- per i problemi di contatto cambiano gli operatori algebrici delle macro-zone dove variano le zone di contatto-distacco;
- per i problemi di frattura il processo evolutivo della lesione prevede la introduzione di nuovi nodi in prossimità del “tip” dove è localizzato il fenomeno della frattura, senza ricorrere, come risulta indispensabile nel FEM, ad una rimodellazione della discretizzazione in prossimità della zona di apertura della lesione;
- per i problemi di danno diffuso si può individuare la macro-zona interessata entro cui si concentra l’energia di deformazione anelastica.

I risultati raggiunti rendono questo metodo altamente competitivo nei confronti del FEM e del BEM nella sua formulazione per collocazione.

Si utilizza questo approccio simmetrico per

- controllare lo stato di sforzo nella struttura muraria integra o danneggiata e nel terreno di fondazione;
- prevedere l’evoluzione dei danni riscontrati al variare delle cause che li hanno prodotti;
- verificare lo stato di sforzo dopo l’introduzione di rimedi al fine di eliminare le cause e quindi di limitare i danni.

Questo approccio, basato sul Metodo simmetrico degli Elementi di Contorno, si avvale del programma di calcolo Karnak.sGbem redatto da presenti autori, disponibile in forma ridotta nel sito [/www.bemsoft.it/](http://www.bemsoft.it/). Il programma è stato compilato per la soluzione dei sistemi piani soggetti a qualsiasi azione esterna e per qualsivoglia geometria, e risulta utilizzabile anche in casi diversi dall’analisi di strutture murarie.

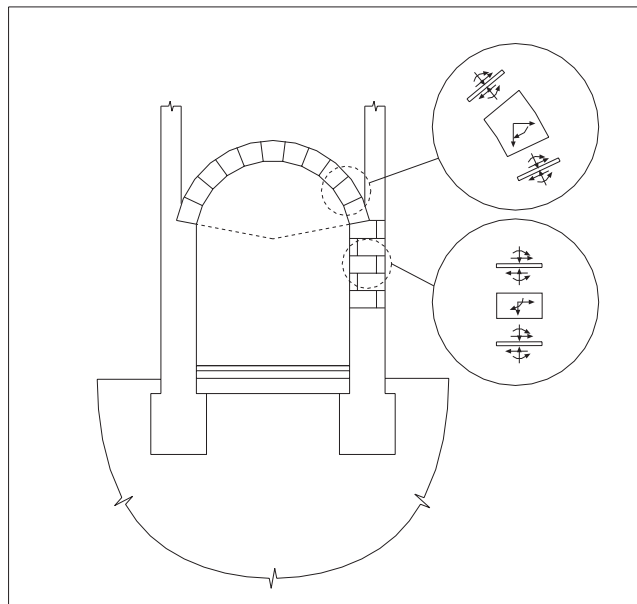


Fig.1 – Sistema a volta con annessi sistemi di riferimento dei blocchi.

Sistemi voltati: volte ed archi

Le precedenti considerazioni si possono ripetere quando si vuole effettuare l'analisi sui sistemi voltati, cioè sulle volte e sugli archi. Questi sistemi possono essere realizzati in conci di calcarenite o di mattoni, le volte anche in gesso.

Sia le volte che gli archi sono elementi strutturali che, come caratteristica principale ed in virtù della loro configurazione geometrica, trasmettono i carichi per compressione.

E' opportuno però operare una distinzione rilevante tra le due tipologie in esame.

Sistemi a volta

Le volte, a padiglione o a botte, trasferiscono agli appoggi il proprio peso (v. fig.1) e gli eventuali carichi provenienti dalla presenza della pavimentazione e degli elementi di supporto, come nel caso di volta con controvoltine (v. fig.2a) o come nel caso di volta con frenelli (v. fig.2b). In questi casi le linee di forza si canalizzano in direzione pressochè parallela al profilo dell'intradosso delle controvoltine e delle volte.

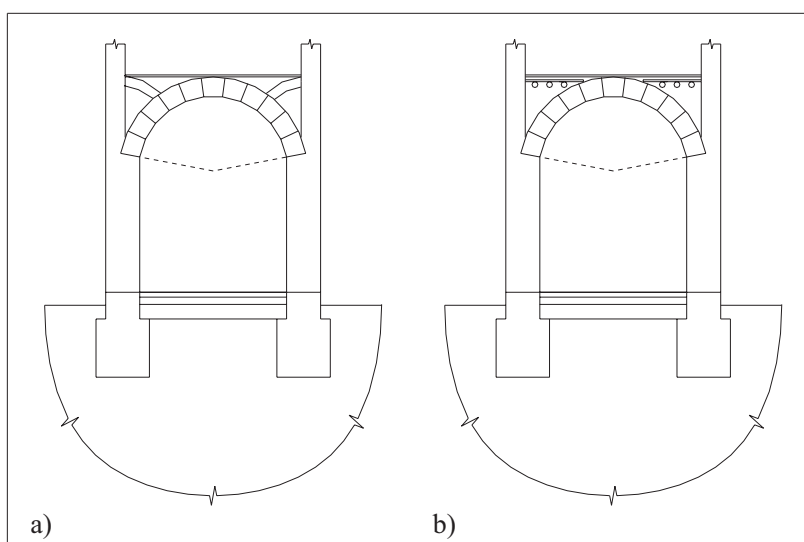


Fig.2 – Sistema a volta: a) con controvoltine, b) con frenelli.

A questa categoria appartengono anche le cosiddette “finte volte”, cioè quelle volte costituite da centine di legno che hanno funzione di supporto, completate con incannucciato e gesso.

Il sistema a volta mantiene la sua efficacia strutturale finché le imposte d'arco non subiscono dei movimenti causati o dalla spinta orizzontale della volta, o da cedimenti del terreno di sedime dove è poggiata la parete muraria su cui la volta è vincolata ovvero dalle forze d'inerzia dovute a sisma. In particolare:

- La spinta della volta, in genere causata da un eccesso di sovraccarico, produce uno spostamento verso l'esterno delle imposte d'arco. Conseguentemente nascono soluzioni di continuità (distacchi parziali tra i conci causati da rotazione relativa) sia nei muri di supporto, sia all'intradosso della chiave di volta ed all'estradosso delle reni.
- Il cedimento verticale del sedime di fondazione del muro causa un abbassamento delle imposte d'arco con conseguente cambio della configurazione geometrica della volta e

nascita di scorrimenti e rotazioni tra i conci, generalmente in prossimità del muro interessato dal cedimento.

- La rotazione del sedime di fondazione del muro determina uno spostamento verso l'esterno ed una rotazione dell'imposta d'arco con le conseguenze indicate nei precedenti due punti.
- L'effetto combinato tra le precedenti cause.
- La forza d'inerzia dovuta a sisma, in virtù della differente rigidezza e della differente frequenza di oscillazione degli elementi costituenti, causa degli spostamenti relativi tra le imposte della volta. Tali spostamenti, se sono contrapposti, possono causare nella volta soluzioni di continuità tra i conci, tali da trasformarla in cinematismo.

Tutti questi fenomeni descritti qualitativamente devono avere un riscontro attraverso una simulazione effettuata con l'impiego di appropriati codici di calcolo. Tutti i programmi in commercio sono basati sul Metodo degli Elementi Finiti e sono poco idonei a trattare questa particolare tipologia strutturale.

Alcuni approcci possono essere utilizzati in funzione delle informazioni che si intendono acquisire:

- 1) Con il primo approccio si effettua una verifica statica (v. fig.3) basata sull'ipotesi di estremità della volta perfettamente incastrate e di presenza di cerniere in chiave di volta ed alle reni (metodo Mery). Sfruttando la simmetria del sistema (taglio nullo in chiave di volta), è possibile valutare la distribuzione degli sforzi e quindi delle tensioni nelle sezioni della volta. Tale analisi è basata su ipotesi troppo restrittive: presenza di distacchi capillari all'intradosso della chiave di volta e all'estradosso delle reni, assenza di cedimenti degli incastri, geometria della volta invariata.

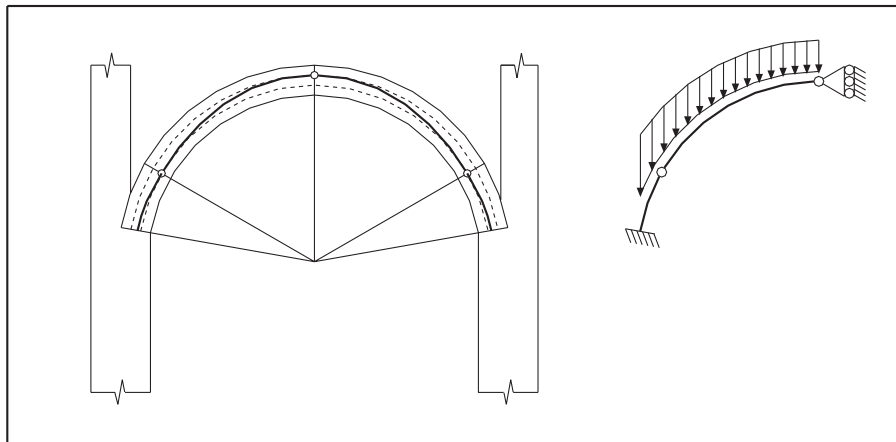


Fig.3 – Sistema a volta con analisi del Mery.

- 2) Con il secondo approccio si studia la volta e il muro di supporto come costituito da elementi rigidi costituiti dai conci della volta e dai conci del muro, a cui si associano i gradi di libertà del sistema, mentre la deformazione è affidata al letto di malta che separa i blocchi calcarenitici (v.fig.1); I limiti riguardano l'ipotesi di rigidità dei blocchi e la individuazione delle zone di potenziale distacco, che a causa della non linearità del problema può essere eseguita solo con una analisi al passo. Un altro aspetto riguarda la eventualità che i conci sono accostati senza malta: in tal caso questo metodo non è applicabile. Con tale approccio risulta particolarmente onerosa la valutazione di un eventuale scorrimento tra conci.

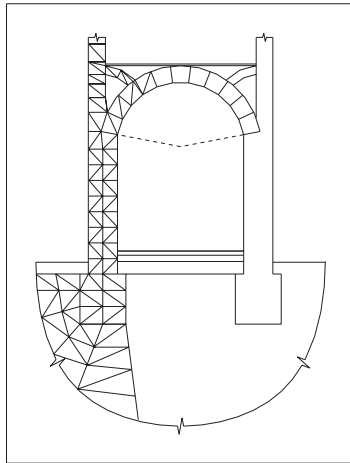


Fig.4 – Sistema a volta: discretizzazione con elementi finiti.

- 3) Con il terzo approccio si effettua una discretizzazione del sistema strutturale e del terreno di sedime con elementi ad esempio di tipo triangolare e si opera l'analisi con l'impiego del metodo degli elementi finiti. In fig. 4 è mostrata una discretizzazione molto rada del sistema, ma per una analisi accurata tale discretizzazione deve essere di gran lunga più fitta. Nel caso che si vuole esaminare il problema del distacco tra conci o di frattura dei conci, la maggiore difficoltà consiste nell'individuare le zone di potenziale distacco o di potenziale frattura e, ancor di più, nel modificare la "meshiatura" in tali zone con un indispensabile intervento dell'operatore. Infatti poiché il problema posto non è lineare, la soluzione può essere ottenuta solamente con un procedimento al passo, avente come obiettivo la individuazione delle zone dove intervenire con la modifica della "meshiatura". Tali zone sono di difficile individuazione: infatti, come è stato detto, le azioni esterne (spinta sui muri, cedimenti del piano di sedime) causano distacchi, scorrimento tra i conci o frattura dei conci in punti difficilmente prevedibili. Inoltre non è proponibile, o addirittura impraticabile, la eventualità di scorrimento tra conci.

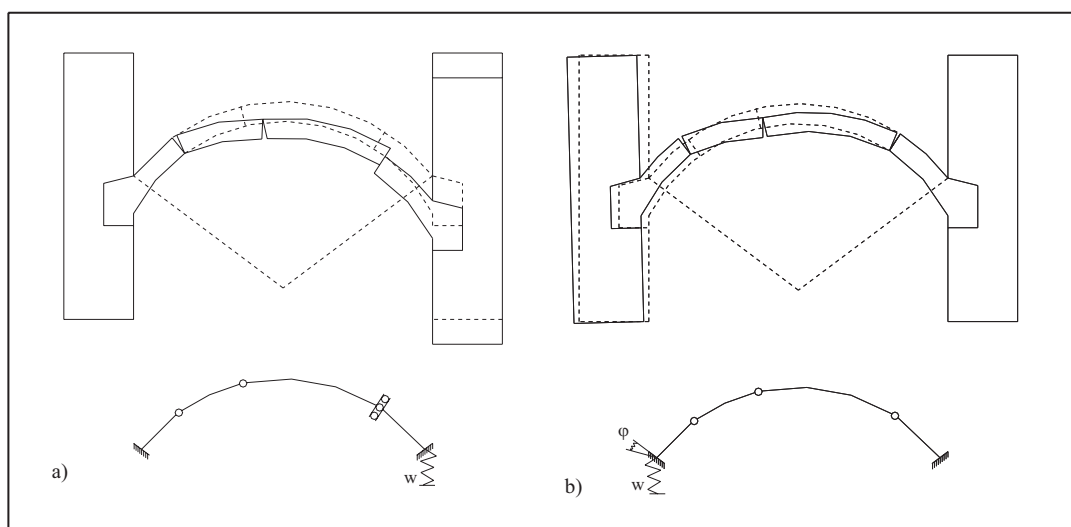


Fig.5 – Sistema a volta con l'impiego di schemi isostatici ausiliari.

4) Con il quarto approccio attraverso una analisi cinematica si studiano le condizioni che preludono al crollo della volta, nell'ipotesi che la volta è in una condizione di instabilità precaria con un cambio di geometria: in tal caso si sostituisce la struttura continua con una discreta a tratti, ipotizzando elementi finiti monolitici curvi connessi tra loro con vincoli cerniera, carrello, bipendolo (pattino) posizionati in alcune sezioni dove si suppone che nel sistema possa determinarsi una sconnessione; con queste ultime modifiche si trasforma la struttura continua iperstatica in una struttura isostatica con vincoli cedevoli elasticamente, sottoposta al carico esterno. Per tale struttura è possibile determinare il moltiplicatore dei carichi che trasforma la struttura isostatica in un cinematismo attraverso una semplice analisi statica. In fig.5 sono mostrati alcuni tipi di schematizzazione che tengono conto delle possibili trasformazioni dello schema strutturale in isostatico, prima della modifica del sistema in cinematismo (crollo). La identificazione del sistema strutturale di calcolo è affidata all'operatore e si suppone che la simulazione preveda la sostituzione del vincolo di continuità con i vincoli cerniera, carrello, bipendolo senza l'introduzione delle forze mutue in sostituzione dei vincoli soppressi. Appare evidente che con questa strategia la maggiore difficoltà è quella di prevedere una schematizzazione che possa rispecchiare la fase di collasso incipiente. Inoltre un dato di partenza certo deve essere la esatta configurazione geometrica della volta.

Si comprende come questi siano tentativi non convincenti di analisi strutturale e come tali analisi siano condizionate dalla particolare tipologia strutturale, che è caratterizzata da mancanza di continuità fisica, quest'ultima assicurata a tratti (conci).

Sulla base di tali difficoltà ed incertezze si è dato inizio ad un tentativo, in buona parte riuscito, di analizzare il sistema strutturale completo, cioè formato dalla volta (e dalle eventuali controvolte), dai muri di supporto, dal terreno di fondazione, con l'impiego del Metodo simmetrico degli Elementi di Contorno, nella recente formulazione per sottostrutture. Tale approccio rappresenta un modo nuovo di analisi delle strutture: infatti si suddivide il sistema completo in macro-zone (o sottostrutture), la cui geometria e dimensione è del tutto arbitraria, e si discretizzano soltanto i loro contorni in elementi di contorno attraverso la introduzione di nodi. Per ciascuna macro-zona si definisce una matrice di rigidezza ed un vettore di carico. L'assemblaggio ricalca la stessa strategia impiegata con l'uso degli elementi finiti: si possono pertanto individuare delle macro-zone costituite da conci, una per ciascun concio, altre costituite dal letto di malta, altre ancora dal terreno di fondazione, suddiviso in strati di forma qualsiasi in funzione del cambiamento delle caratteristiche fisiche del sottosuolo. Ciascun elemento individuato costituisce un *elemento finito speciale*, la cui genesi è dovuta all'impiego del Metodo Simmetrico degli Elementi di Contorno.

Tra le caratteristiche principali del metodo si ricorda che le macro-zone *garantiscono punto per punto la compatibilità e l'equilibrio*. Tali elementi sono *elementi deformabili* alla stessa stregua degli elementi finiti impiegati nell'ambito del FEM. In fig.6a si riporta una suddivisione in macro-zone.

Nelle figg.6-10 è rappresentato un sistema strutturale costituito da una volta in conci di calcarenite ($E = 20000 \text{ daN/cm}^2$, $\nu = 0,12$, $h = 40 \text{ cm}$). Si assume per la struttura uno spessore di 1,00 ml. L'azione gravante sul sistema è costituita dal peso proprio; in fig.10 è previsto anche un cedimento di cm 0,5 dell'appoggio della parete destra. Il sistema è suddiviso in macro-zone, una per ogni concio e una per ciascuna parete.

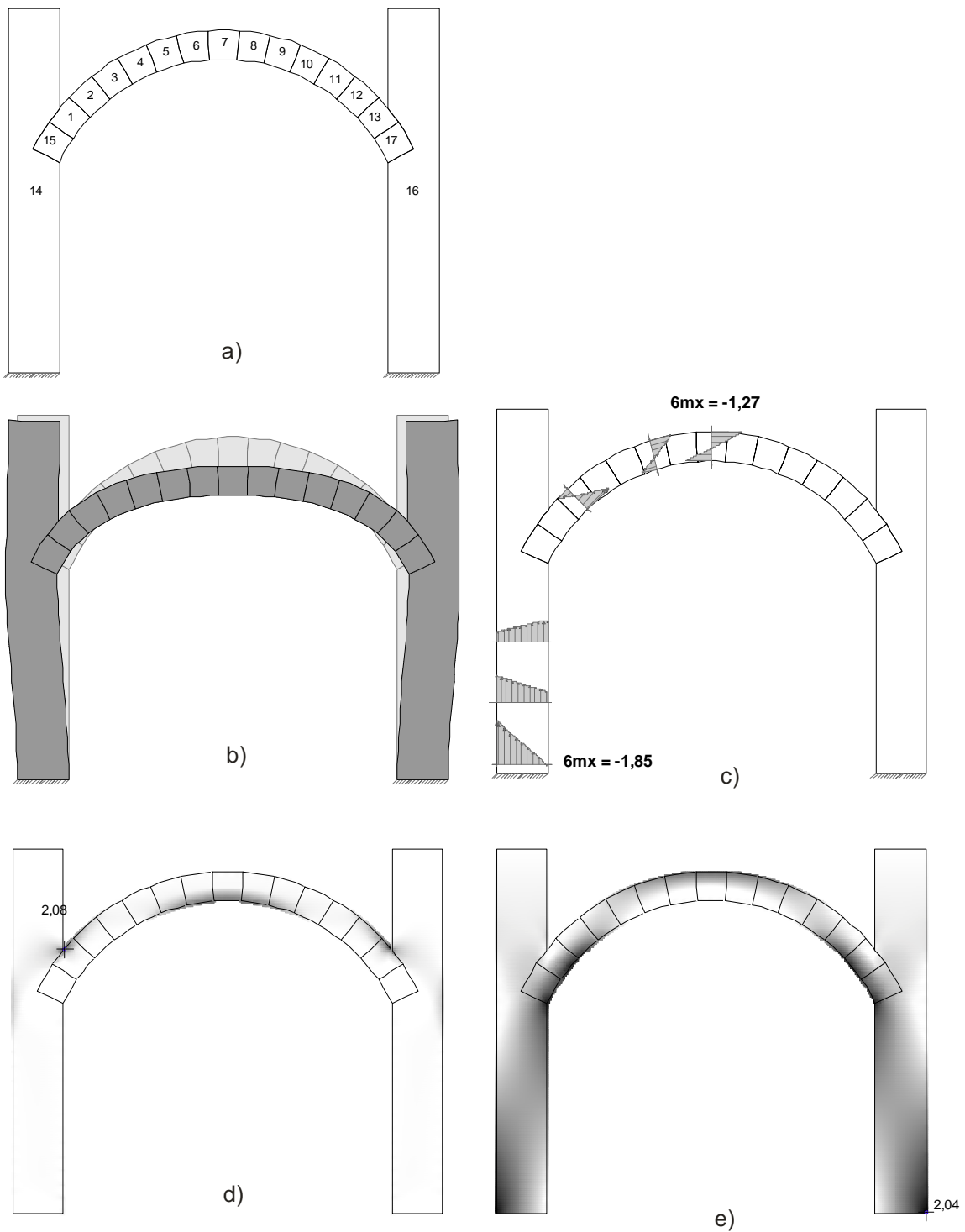


Fig.6 – Sistema a volta soggetto al peso proprio: a) suddivisione in macro-zone, b) deformata, c) diagrammi delle tensioni normali agenti su prefissate linee, d,e) mappatura delle tensioni principali di trazione e di compressione.

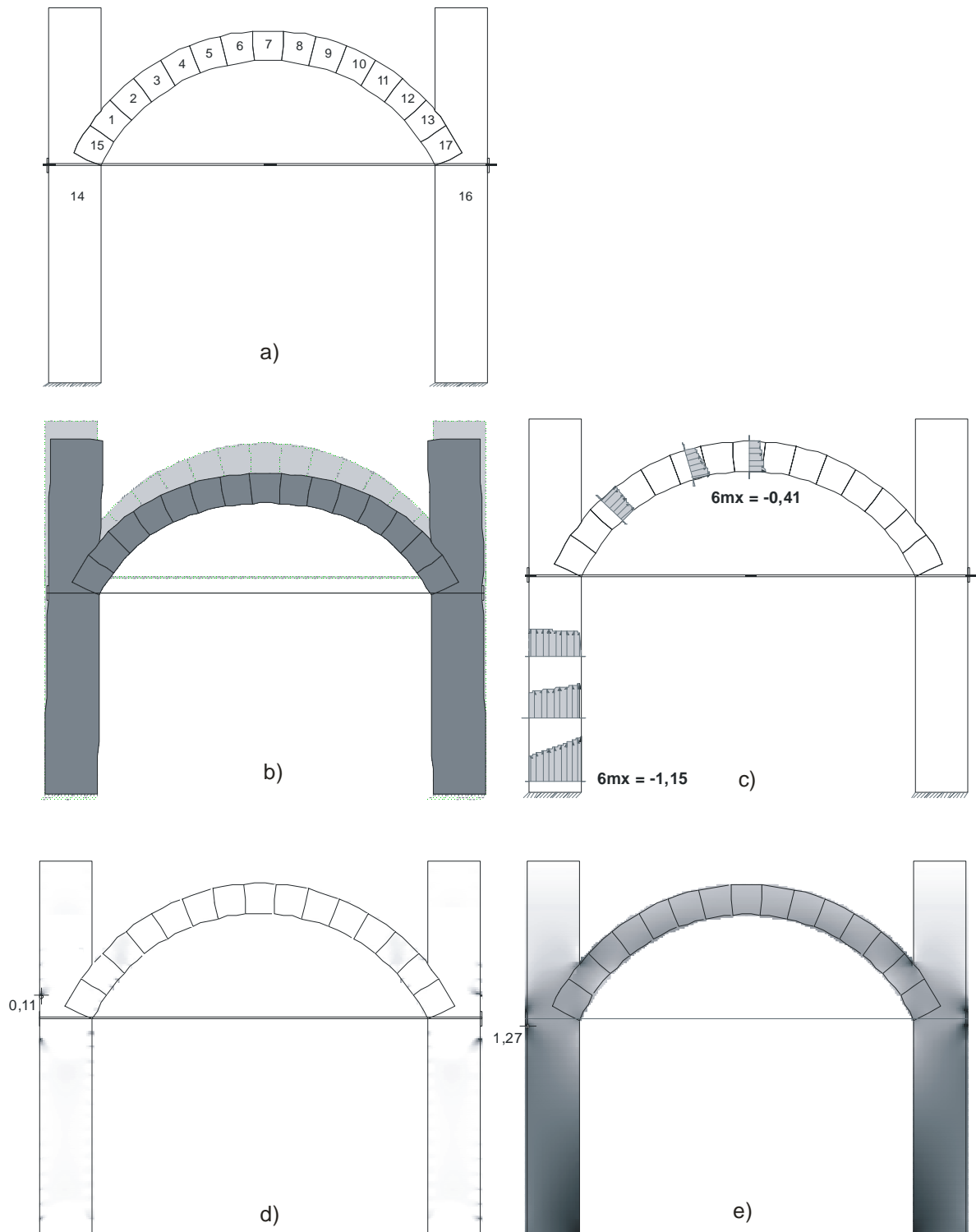


Fig.7 – Sistema a volta soggetto al peso proprio in presenza di tirante: a-d) come in fig.6.

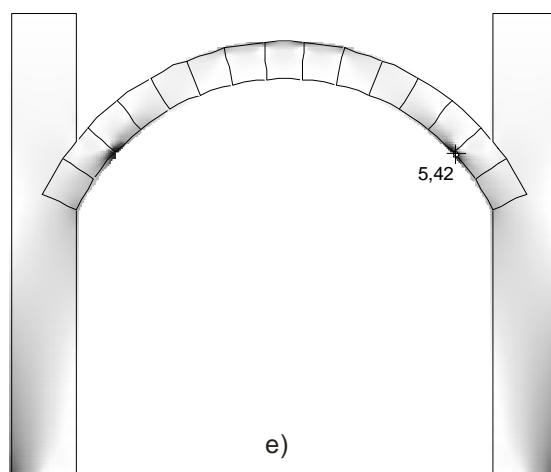
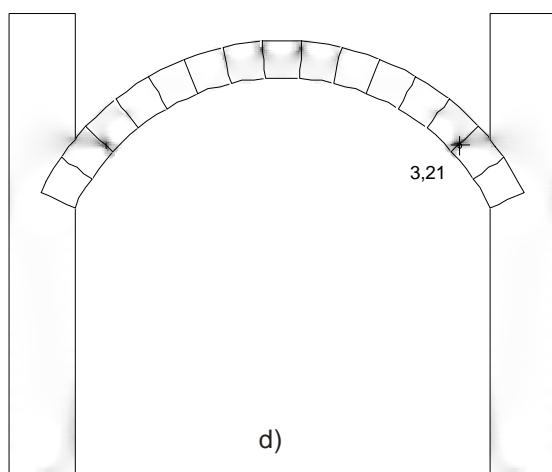
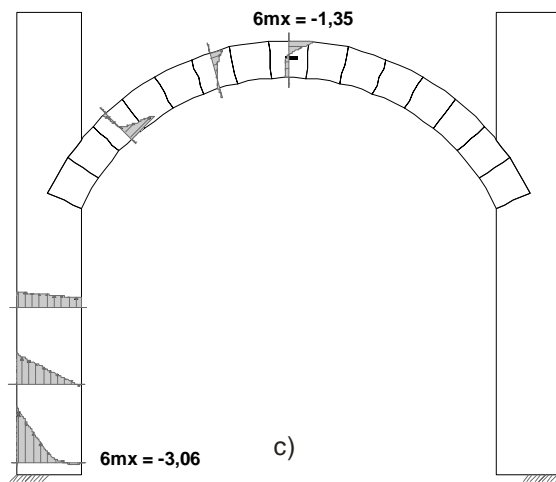
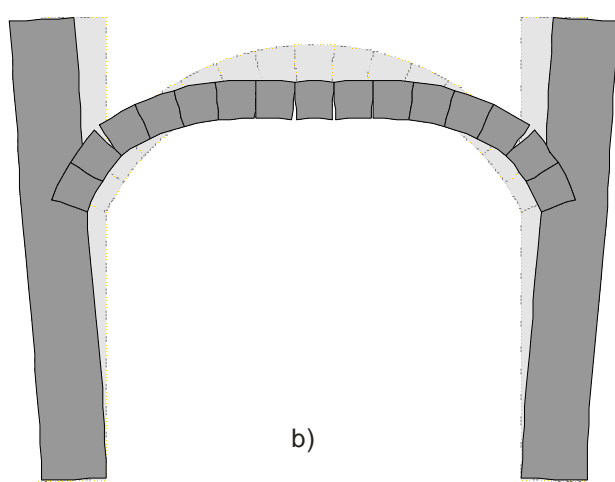
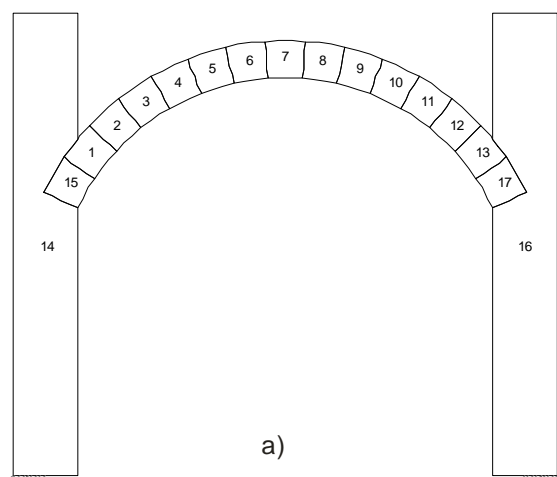
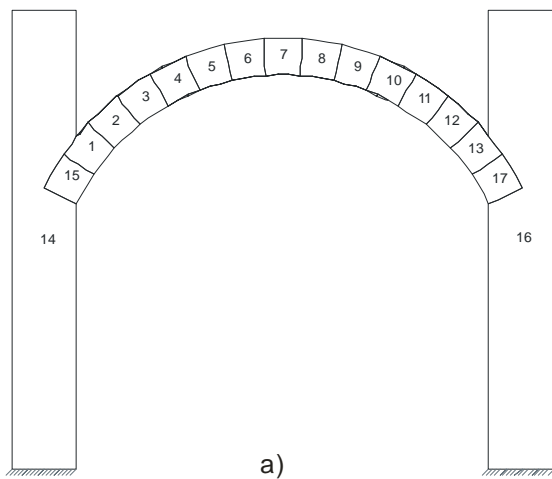
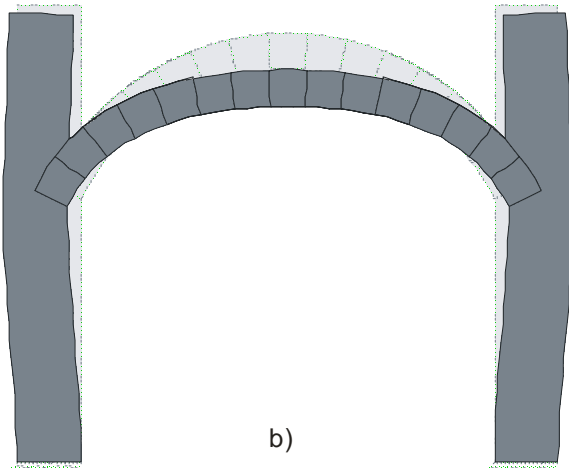


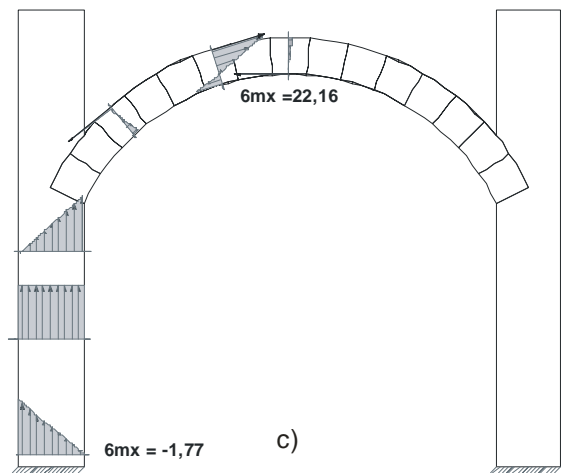
Fig.8 – Sistema a volta soggetto al peso proprio con distacchi tra conci: a-d) come in fig.6.



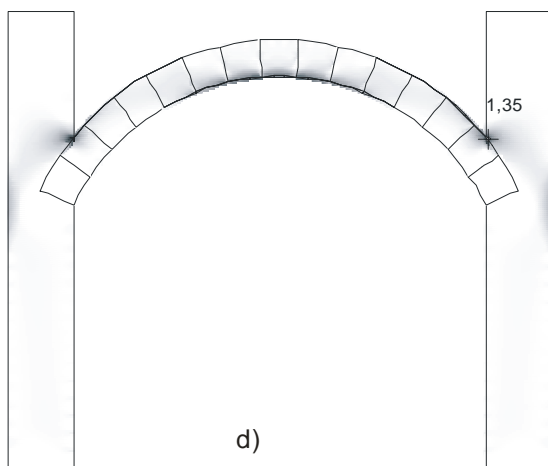
a)



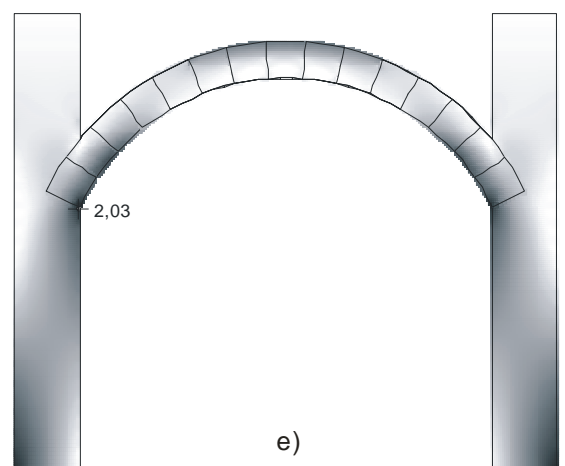
b)



c)



d)



e)

Fig.9 – Sistema a volta soggetto al peso proprio in presenza di tirante: a-d) come in fig.6.

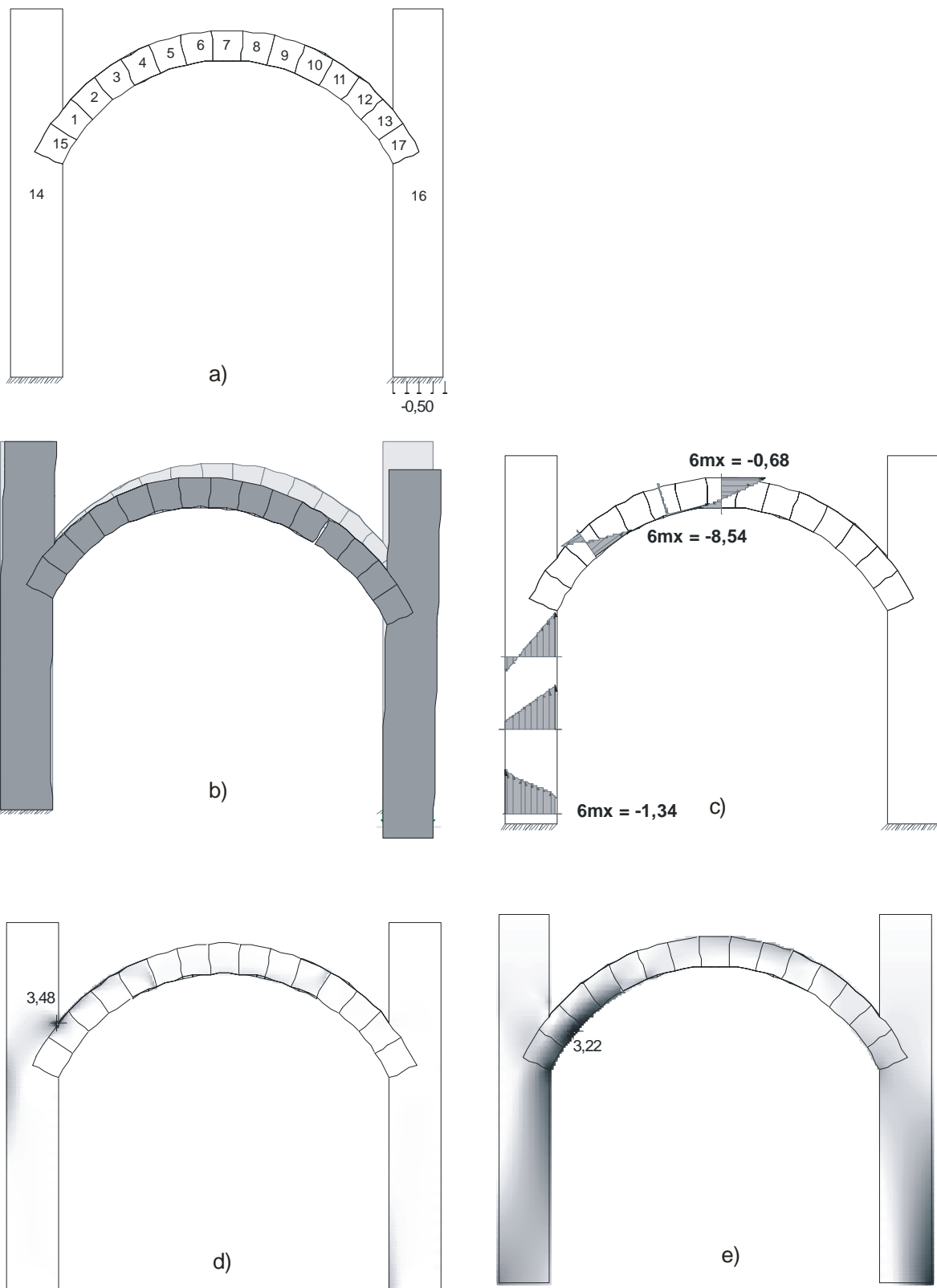


Fig.10 – Sistema a volta soggetto al peso proprio e cedimento della base di sedime del muro destro, con distacchi dei conci ed in presenza di placcaggio con RFP alle reni ed all'intradosso della chiave di volta: a-d) come in fig.6.

In fig.7 vi è l'aggiunta della macro-zona catena soggetta ad una distorsione negativa e di due macro-zone piastre. In fig.8 la schematizzazione è come in fig.6 ma con la possibilità di nascita di distacchi tra conci, e tra muri e sedime di fondazione. In fig.9 sono state introdotte per fissaggio fibre di carbonio con il sistema del tipo RFP all'estradosso delle reni ed all'intradosso della chiave di volta, prevedendo come nella precedente fig.8 la possibilità di distacco tra conci, e tra muri e sedime di fondazione. In questo caso il placcaggio con fibre di carbonio è stato introdotto attraverso elementi finiti speciali in cui lo spessore è di cm. 0,3. La fig.10 rispecchia la condizione di carico e di vincolo della fig.9, ma prevede un cedimento della base di sedime del muro destro di 0,5 cm.

Per tutti i casi esaminati è stato impiegato il codice di calcolo Karnak sGbem, presentato nella introduzione. Nelle figure sono mostrati alcuni dei risultati ottenuti e precisamente: b) la configurazione deformata, c) la distribuzione delle tensioni normali agenti su prefissate linee disegnate non in scala, d,e) le mappature delle tensioni principali di trazione e di compressione nella muratura calcarenitica.

L'analisi consente di prevedere le zone dove si concentrano le più elevate tensioni di trazione e di compressione, al fine di prevedere eventuali interventi migliorativi del comportamento strutturale, per esempio, attraverso l'uso di catene o di fibre di carbonio (RFP) o, nell'ipotesi di scivolamento della base fondale, attraverso pali accostati alla fondazione.

Come si può rilevare dai risultati mostrati, con tale programma è possibile effettuare una analisi non lineare che tenga conto della evoluzione di eventuali processi di distacco tra conci calcarenitici e malta o tra conci calcarenitici in assenza di malta. Nei casi esaminati si è ipotizzata assenza di malta tra i conci. Si procede con una verifica strutturale al passo analizzando lo stato tensionale esistente nelle zone di contatto tra conci. Se la tensione media sull'elemento di contorno in esame supera la coesione (tra concio e malta) o, in assenza di malta, la tensione media risulta positiva, si verifica un distacco tra conci e si passa al passo successivo. Il processo si ferma quando tutti gli elementi di contorno, che si trovano a contatto, sono soggetti a tensioni di compressione o posseggono uno stato di tensione inferiore al valore della coesione.

Il programma citato consente anche l'analisi di strutture in presenza di variazioni di temperatura. Si coglie questa possibilità per effettuare una verifica di un sistema a volta in presenza di tirante inserito in corrispondenza dell'imposta della volta. La necessaria distorsione Δl è imposta attraverso la introduzione di una variazione di temperatura $\Delta T = -20^\circ \text{C}$ negativa; come conseguenza nasce una distorsione data dalla condizione $\Delta l = \alpha l \Delta T$. E' facile notare, attraverso la lettura dei valori massimi delle tensioni principali di trazione e di compressione, che la presenza della catena con distorsione rende più uniforme lo stato tensionale nella muratura. Infatti mentre in fig.6 nei punti di massima sofferenza della materia lo stato tensionale è rappresentato dai valori $\sigma = +2,08 \text{ daN/cm}^2$, $\sigma = -2,04 \text{ daN/cm}^2$, in fig.7 si hanno invece valori più bassi, cioè $\sigma = +0,11 \text{ daN/cm}^2$, $\sigma = -1,27 \text{ daN/cm}^2$. Lo sforzo normale nella catena risulta $T=1544 \text{ daN}$.

Inoltre lo stato tensionale riscontrato nella mappatura di trazione e di compressione delle fig.8 e 9 mostrano un netto miglioramento: infatti si passa dai valori di $\sigma = +3,21 \text{ daN/cm}^2$ e $\sigma = -5,42 \text{ daN/cm}^2$ ai valori $\sigma = +1,35 \text{ daN/cm}^2$ e $\sigma = -2,03 \text{ daN/cm}^2$, mostrando così una più uniforme distribuzione dello stato di sforzo nel passare dal sistema volta in presenza di distacchi al caso di presenza di placcaggio con RFP e presenza di distacchi, a parità di carico.

Si riportano i valori degli spostamenti verticali ricavati nelle figg.6-10 nell'ordine: cm. 0,0589 - cm. 0,0107 - cm. 0,133 - cm. 0,0528 - cm. 0,268. Le quantità ottenute si commentano da sole.

Inoltre, con riferimento al caso di fig.9, nel valutare le forze mutue taglianti che il rinforzo con il sistema RFP e la calcarenite si trasmettono, si è ottenuto: all'intradosso delle reni una risultante del taglio di circa 1200 daN, mentre nella metà dell'intradosso in chiave di volta una risultante del taglio di circa 900 daN, ambedue distribuite con legge variabile, crescente verso le parti estreme del placcaggio. Questi valori possono essere ricavati direttamente attraverso lo stato di tensione tangenziale lungo le linee di contatto.

Sempre impiegando la possibilità di introdurre variazioni di temperatura sono state effettuate verifiche su sistemi a volta rinforzati con la predisposizione di una controvolta in calcestruzzo posta superiormente solidarizzata con la volta in conci calcarenitici con chiodi e resine epossidiche.

Tale intervento è ormai considerato dall'unanimità degli operatori del settore estremamente dannoso.

Innanzitutto l'obiettivo è di creare un sistema a volta nuovo, in calcestruzzo armato, a cui connettere il sistema a volta sottostante. Pertanto quest'ultimo diventa da sistema portante, che esplicava la propria azione attraverso le forze mutue di compressione, a sistema portato dalla volta in calcestruzzo attraverso i chiodi, stravolgendo la funzione stessa della volta originaria. Tale nuova situazione determina, con il passare degli anni, nell'arco in conci calcarenitici un distacco tra gli stessi conci per la nascita di forze interne di trazione non sostenibili dalla eventuale presenza di malta.

Inoltre, a causa del differente coefficiente di dilatazione termica tra calcestruzzo e pietra calcarenitica (il coefficiente di quest'ultimo è circa la metà del coefficiente del calcestruzzo), si determinano nelle zone di contatto tra i chiodi e la calcarenite zone di altissima concentrazione di tensione non sopportabile dalla resina epossidica. Si determinano quindi condizioni di distacco dei chiodi per rottura dalla matrice calcarenitica.

Per quest'ultimo sistema non è stata riportata nessuna prova, ma si rinvia alla successiva fig.14 dove l'impiego delle barre ha interessato sia gli archi che i muri di supporto.

Sistemi ad arco

Gli archi trasferiscono agli appoggi il proprio peso (v. fig.11a), il peso della muratura che insiste sull'arco ed i carichi provenienti dagli eventuali solai poggiati sul muro che sovrasta l'arco. Le linee di forza si distribuiscono nella muratura in direzione pressoché verticale nel tratto più in alto deviando verso l'imposta dell'arco pervenendo sui muri di supporto. In pratica l'arco, a causa della presenza della muratura sovrastante, si trasforma da arco a tutto sesto (o a sesto ribassato) in arco a sesto acuto. Tutto il carico superiore si trasmette nei muri di supporto seguendo un percorso che determina uno stato tensionale prevalentemente di compressione nella muratura che sovrasta l'arco, mentre nei conci centrali dell'arco agisce solamente il carico di una minima parte della muratura sovrastante.

In fig.12 è mostrata la mappatura delle tensioni principali di trazione e di compressione. Attraverso la intensità del grigio mostrata in fig.12 b si nota come il sistema ad arco a tutto sesto si comporta come arco a sesto acuto. Inoltre il comportamento dei muri laterali può essere simulato dalla presenza di due bielle inclinate verso l'interno.

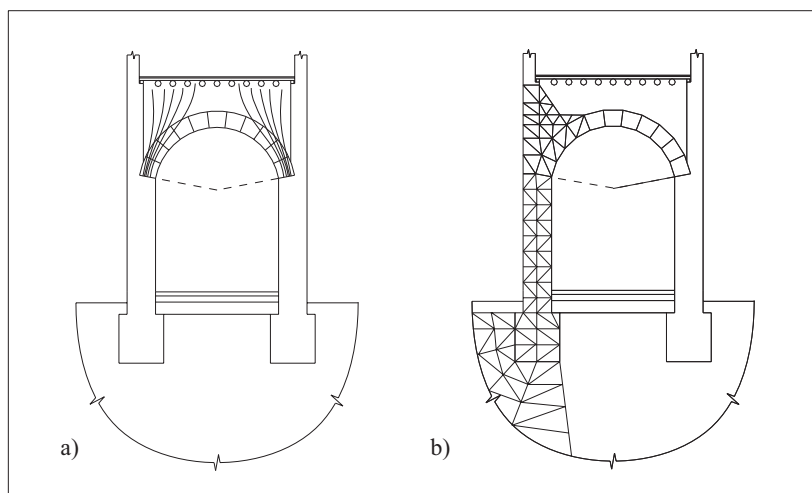


Fig.11 – Sistema ad arco: a) linee di forza, b) discretizzazione con elementi finiti.

Queste considerazioni non sono usualmente espresse, perché si tende a dare una unica definizione dei sistemi voltati (volte ed archi).

La conseguenza di quanto detto è che la efficacia strutturale dell'arco viene mantenuta in larga misura finché l'imposta d'arco non subisce dei movimenti causati o dalla spinta orizzontale dell'arco, dai cedimenti del terreno di sedime dove è poggiata la parete muraria su cui l'arco è vincolato, ovvero dall'azione delle forze d'inerzia per effetto del sisma.

Preliminarmente va detto che, mentre il crollo di una volta può avvenire con una modifica del sistema in cinematismo principalmente per la presenza di cerniere cosiddette plastiche, per gli archi il crollo può avvenire prevalentemente per lo scivolamento di uno o più conci ovvero per la rottura a compressione di un concio. In particolare si può affermare che:

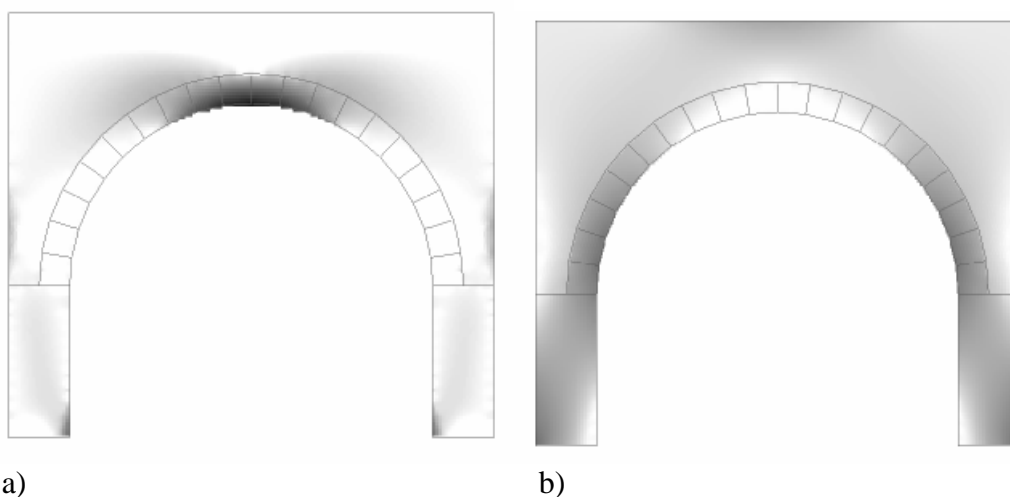


Fig.12 – Sistema ad arco soggetto al peso proprio: a,b) mappatura delle tensioni principali di trazione e di compressione.

- La spinta dell'arco causa uno spostamento verso l'esterno delle imposte d'arco e conseguentemente nascono soluzioni di continuità (distacchi parziali tra i conci causati da rotazione relativa) nei muri di supporto ed all'intradosso della chiave dell'arco.

Questo fenomeno però risulta di entità limitata sia per la ridotta spinta che l'arco esercita sull'imposta d'arco sia perché la muratura sovrastante agisce come elemento stabilizzante. Tale spinta diventa consistente in presenza di sisma quando i modi di oscillazione dei due muri risultano differenti: a) nel caso di un allontanamento tra le basi di appoggio dell'arco si può determinare una soluzione di continuità tra i conci e la muratura sovrastante. Tale fenomeno è stato riscontrato nella Chiesa de La Merced ad Arequipa (Perù) come effetto del terremoto del 2002 (v. fig.13 a); b) l'allontanamento delle basi di imposta dell'arco è seguito da un avvicinamento, e ciò causa una possibile rottura anche parziale per compressione di uno o più conci dell'arco come si è verificato nella Chiesa di Santa Teresa sempre ad Arequipa (v. fig.13 b).

Nel caso in cui l'allontanamento, ripetuto più volte, tra le basi di appoggio è sufficientemente grande da consentire lo scivolamento dei conci, ovvero nel caso di rottura completa per compressione di un semplice concio, si determina una mancanza di continuità tra i conci con possibile crollo totale o parziale dell'arco.

- Il cedimento verticale e la rotazione del sedime di fondazione del muro causa uno spostamento ed una rotazione dell'imposta d'arco con conseguente cambio della configurazione geometrica dell'arco e nascita di scorrimenti tra i conci, generalmente in prossimità del muro interessato dal cedimento.

Anche per questa tipologia è necessario che i fenomeni descritti qualitativamente devono avere un riscontro attraverso una simulazione effettuata con l'impiego di appropriati codici di calcolo. I programmi in commercio che vengono impiegati sono basati sul Metodo degli Elementi Finiti, ma sono poco idonei a trattare questa particolare tipologia strutturale.

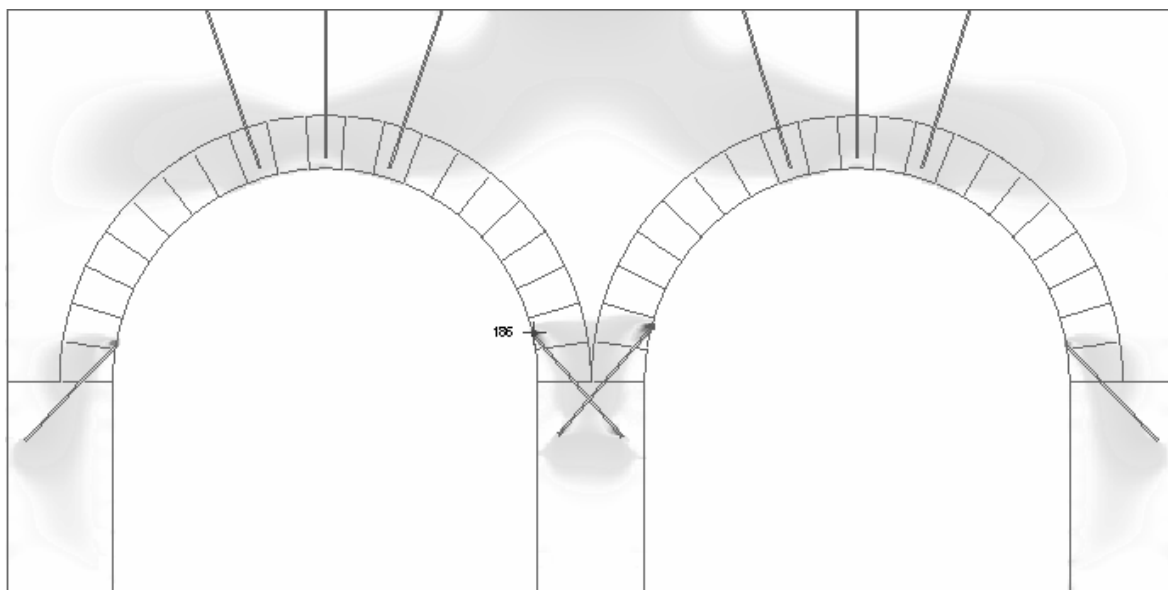
Come è stato presentato al punto c) sull'analisi delle volte, si effettua una discretizzazione del sistema strutturale e del terreno di sedime con elementi ad esempio di tipo triangolare (v. fig.11b) e si opera l'analisi con l'impiego degli elementi finiti. Poiché si tratta di una discretizzazione del continuo nascono enormi difficoltà nella individuazione delle zone di possibile distacco tra conci e nella determinazione di una nuova "meshatura".

L'impiego del programma Karnak.sGbem supera le difficoltà descritte. Infatti l'approccio consente di effettuare l'analisi completa del sistema muratura-arco-terreno secondo due possibili strategie:

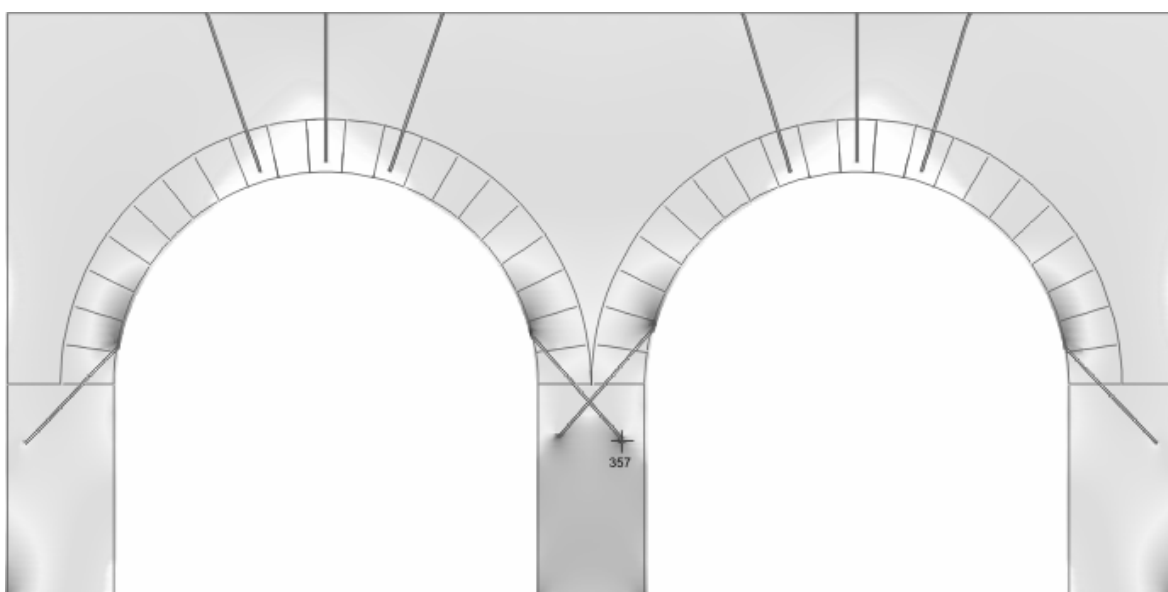


Fig.13 – Sistema ad arco: a) scivolamento di un blocco di conci, b) rottura parziale di un concio.

- Individuando delle macro-zone per il terreno, per la muratura e per la malta con una omogeneizzazione dei parametri fisici, e trattando ciascun concio dell'arco come macro-elemento connesso ad altri conci ed alle restanti macro-zone;
- Individuando delle macro-zone per il terreno e dei macro-elementi per tutte le pietre e per tutti i conci e la malta. Ovviamente questa soluzione risulta più onerosa rispetto al soluzione precedente in quanto ogni pietra impiegata per il riempimento dell'arco, ogni concio ed ogni tratto di malta devono essere rappresentati nella loro reale dimensione e caratterizzati come macro-elementi.



a)



b)

Fig.13 – Sistema ad arco in presenza di barre metalliche inserite nella calcarenite. Mappatura di a) trazione, b) compressione.

In ambedue i casi gli aspetti computazionali sono identici poiché il sistema strutturale completo è analizzato in unica fase di calcolo. Una eventuale analisi ricorsiva, che voglia individuare ed intervenire operando il distacco tra le pietre ed i conci calcarenitici, comporta un tempo di calcolo limitatamente più lungo.

Infine si consideri un sistema formato da due archi poggiati su tre muri di supporto (v. fig.13) e si preveda l'introduzione di barre ancorate alla muratura con resine epossidiche. Questa tecnica di intervento, introdotta diffusamente nel periodo 1960-2000, ha causato problemi dovuti principalmente al differente comportamento non compatibile dei due materiali (calcarenite, acciaio), agli effetti dell'ossidazione dell'armatura metallica e al differente coefficiente di dilatazione termica (il coefficiente dell'acciaio è il doppio rispetto alla calcarenite).

La presenza di una variazione di temperatura è una causa che non è stata analizzata sufficientemente. Il programma Karnak sGbem consente di valutare lo stato tensionale di trazione e di compressione per effetto della stessa variazione termica che agisce sui due materiali (calcarenite, acciaio): nel caso di figura, si è imposto $\Delta T = -35^\circ \text{C}$. Gli effetti sono estremamente critici: infatti nascono delle tensioni molto elevate di trazione e di compressione nella calcarenite sia alle estremità delle barre sia nella zona di contatto tra le barre e la calcarenite. Quindi nella zona circostante alle barre si manifesteranno fratture diffuse non riscontrabili alla vista dall'esterno.

Infine è opportuno fare una considerazione su alcune particolari strutture ad arco, quali ad esempio le strutture da ponte dove il sistema arco è molto ribassato ed è completato con materiali di riempimento. Esse si comportano più come strutture a volta che come strutture ad arco.

BIBLIOGRAFIA

1. Benvenuto E., La Scienza delle Costruzioni ed il suo sviluppo storico, Sansoni, 1981.
2. Giuffré A., Sicurezza e conservazione dei centri storici, Il caso Ortigia, Laterza, Roma 1993.
3. Giuffré A., Aspetti statici del restauro, Bari, 1990.
4. Del Piero G., Il consolidamento delle costruzioni, CISM, Collana di Ingegneria strutturale n.1, Università di Udine, 21-26 giugno 1982.
5. Panzeca T., Lagna F., Salerno M., Statica degli archi e delle volte, Corso per la tutela, la conservazione ed il recupero del centro storico della città di Palermo, D.to di Ingegneria strutturale e geotecnica, Università di Palermo, 1996.
6. Tassios T.P. Meccanica delle murature, Liguori, Napoli, 1988.
7. Cucco F., Panzeca T. and Terravecchia S., The program Karnak sGbem. Release 1.0, www.bemsoft.it, Palermo, 2002.
8. Cucco F., Panzeca T., Salerno M., Terravecchia S., Il consolidamento delle strutture in muratura: impiego dei tiranti, ed. Grafill, Palermo, 2003.