

# Comportamento in compressione di elementi in calcestruzzo rinforzati con angolari e piatti metallici

Giuseppe Campione\*

**SOMMARIO** – Si presenta un modello di calcolo per la determinazione della risposta in compressione di elementi in calcestruzzo rinforzati con angolari e piatti in acciaio. I casi esaminati si riferiscono al rinforzo con angolari di spigolo aventi funzione portante o di solo confinamento. Il modello è messo a confronto con i risultati sperimentali e con quelli ottenuti con i modelli più recenti disponibili in letteratura. Infine, con particolare riferimento alla resistenza ed alla duttilità di elementi prevalentemente compressi, si commentano brevemente alcune prescrizioni normative più comunemente usate in ambito europeo e nazionale.

**SUMMARY** – An analytical model for the determination of the compressive response of R.C. members having square transverse cross-section and reinforced with steel angles at the corners and steel plates connecting the steel angles is presented. The model is able to consider the contribution in confinement due to transverse and steel angles including buckling phenomena for steel angles was compared with experimental data available and with those obtained by using the other models available in the literature. Finally, a comment on the design prescriptions given by European and National codes in relation with the results here obtained is made.

*Parole chiave:* calcestruzzo, angolari in acciaio, piatti, confinamento, comportamento in compressione.

*Keywords:* concrete, steel angles, steel plates, confinement, compressive behavior.

## 1. Introduzione

È un caso, ormai purtroppo frequente, quello di edifici in c.a. che presentano carenze strutturali legate principalmente alla scarsa qualità dei calcestruzzi, ad un'insufficiente quantitativo di armature trasversali e ancor di più, all'assenza dei più elementari accorgimenti antisismici. Tali inadeguatezze, che hanno portato nel passato, e nei casi più drammatici, a crolli catastrofici anche in condizioni di carico statico, risultano ancora più gravi quando le strutture sono a rischio sismico. In questo scenario, gli elementi strutturali che maggiormente risentono di tali carenze, sono senza dubbio i pilastri con ripercussioni sulla sicurezza globale e sulla robustezza della costruzione.

Molti degli interventi sui pilastri in c.a., finalizzati ad incrementare la resistenza e la duttilità sono quelli che sfruttano i vantaggi conseguenti all'azione di confinamento laterale indotti dalle diverse tecnologie applicate (staffatura tradizionale, fasciatura con FRP, incamiciatura di acciaio, sistema di cerchiaggio attivo mediante nastri metallici pretensionati, incamiciatura leggera in cls, ecc).

Tra le incamiciature in acciaio una tecnica molto diffusa ormai da diversi decenni è quella che utilizza il sistema combinato di angolari e piatti metallici (calastrelli). Più in dettaglio tale intervento (vedi fig. 1 a) si esegue disponendo i quattro profili angolari agli spi-

goli della sezione, eventualmente con un allettamento di malta atto ad evitare la concentrazione degli sforzi in pochi punti di contatto od ancorando gli stessi alla struttura con resina. La saldatura dei calastrelli preriscaldati agli angolari, tenuti temporaneamente in posizione mediante appositi morsetti, completa l'operazione di rinforzo (vedi fig. 1 b). Tale procedura può applicare un confinamento attivo sul pilastro grazie al preriscaldamento dei calastrelli ed alla conseguente contrazione durante il raffreddamento a saldatura avvenuta. L'effettivo verificarsi di tale favorevole condizione è fortemente condizionato da una corretta e precisa esecuzione dell'intervento, infatti l'entità della precompressione trasversale applicata dal raffreddamento è di difficile controllo e per tale ragione la tecnica con angolari e calastrelli si fa rientrare a vantaggio di sicurezza tra quelle di confinamento passivo.

Nei pilastri grazie alla incamiciatura con angolari e piatti oltre ad aumentare la portanza dell'elemento si migliora il comportamento ed il contributo resistente delle barre longitudinali, riducendone i fenomeni di instabilità a compressione e migliorandone le condizioni di aderenza con il calcestruzzo. Inoltre, l'incremento delle caratteristiche di resistenza e di duttilità a compressione determina anche un netto miglioramento delle stesse caratteristiche a flessione e taglio.

Nel caso in cui gli angolari possano essere posizionati senza subire interruzioni in corrispondenza degli attraversamenti degli impalcati (oppure possano essere opportunamente collegati attraverso gli impalcati stessi) essi possono essere considerati agenti sia a trazione che a compressione.

Nel caso in cui il dettaglio costruttivo sia realizzato senza attraversare le strutture orizzontali, ma solo col-

\* Professore Associato di Tecnica delle Costruzioni, Università di Palermo, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Palermo, Viale delle Scienze – 90128 Palermo, Italy.

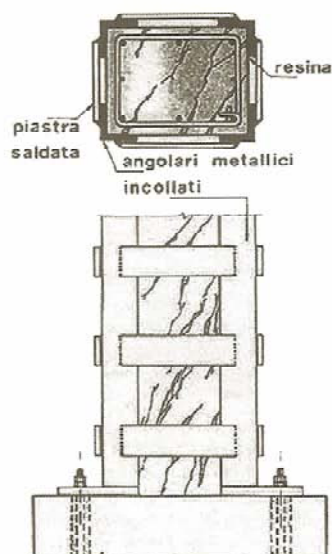


Fig. 1. Esempio di rinforzo di pilastri in c.a. con angolari e calastrelli.

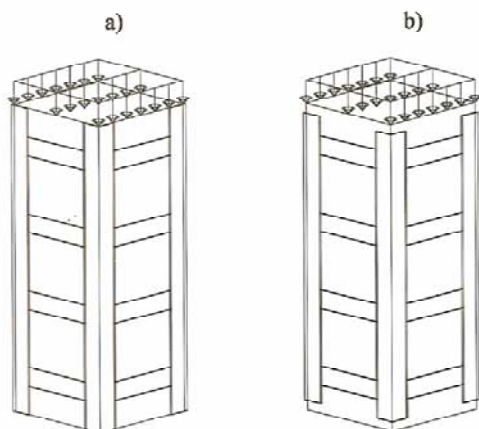


Fig. 2. Elemento compresso in cemento armato: a) angolari reagenti a compressione; b) angolari di solo confinamento.

legando gli angolari alle strutture orizzontali stesse, mediante opportune piastre di ripartizione, allora gli angolari possono essere considerati attivi solo a compressione.

Infine, nel caso in cui non si provvede ad alcun tipo di intervento per permettere agli angolari di trasmettere gli sforzi da piano a piano, omettendo anche le piastre di ripartizione, allora essi non devono essere considerati come armatura longitudinale aggiuntiva. In questo ultimo caso l'unico effetto derivante dalla presenza degli angolari è il confinamento con conseguenze indirette sulla portanza del pilastro da rinforzare.

Nel seguito si focalizza l'attenzione ai casi di elementi compressi a sezione trasversale quadrata rinfor-

zata con angolari agli spigoli (reagenti a compressione o con sola funzione di confinamento), e con piatte di collegamento come mostrato in modo schematico nella figura 2 a) e b). Inoltre, non si esamina il caso di presenza di armatura longitudinale e trasversale preesistente all'intervento.

## 2. Modelli disponibili in letteratura e riferimenti normativi

In questo paragrafo vengono brevemente illustrati alcuni modelli per il calcolo della risposta di elementi compressi in c.a. rinforzati con angolari agli spigoli e piatte di collegamento che sono stati di ausilio per lo sviluppo del modello proposto.

Il caso cui ci si riferisce è quello di un elemento a sezione quadrata di lato  $b$  (vedi fig. 3 a) e b)) rinforzato con angolari di spigolo di lato  $L_1$  e spessore  $t_1$ , e con piatte di altezza  $s_2$  e spessore  $t_2$  posti ad interasse  $s$ . Lo spessore  $t_1$  è supposto maggiore di  $t_2$  ed  $f_y$  è la tensione di snervamento dei piatte ovvero nel caso di sistemi in cui i piatte sono sostituiti con nastri di acciaio con  $f_y$  si intende la tensione di rottura del sigillo /1/. Sempre con  $f_y$  si intende la tensione di snervamento degli angolari. L'acciaio si suppone con comportamento elastico-perfettamente plastico.

Il primo modello considerato è quello recentemente messo a punto in /2/ che esamina gli effetti del confinamento indotto da angolari e piatte su elementi compressi in c.a.

Secondo tale modello un elemento compresso soggetto a deformazioni longitudinali e tende ad espandersi lateralmente, ed i rinforzi trasversali ne limitano gli effetti facendo nascere azione di confinamento che si esplicano mediante tensioni normali e tangenziali

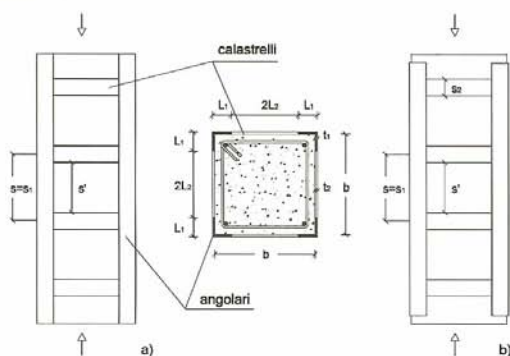


Fig. 3. Dettagli geometrici dell'elemento compresso in cemento armato.

all'interfaccia rinforzo-pilastro. Tali azioni inducono nel calcestruzzo uno stato di tensione triassiale con conseguente aumento della capacità portante e della duttilità. Il modello consente di determinare l'intera risposta in compressione dell'elemento e di valutare l'intensità delle tensioni normali e tangenziali che risultano rispettose delle condizioni di equilibrio e di congruenza tra sistema di rinforzo ed elemento da rinforzare.

Secondo tale modello assumendo l'inerzia dell'incamiciatura trascurabile, si ottiene la seguente espressione della pressione di confinamento indotta dal rinforzo su un elemento a sezione trasversale quadrata:

$$f_c(\epsilon_c) = \frac{36 \cdot E_c \cdot E \cdot t_2 \cdot \left(\frac{s_2}{s}\right) \cdot v}{25 \cdot E_c \cdot b + 24 \cdot E \cdot t_2 \cdot \left(\frac{s_2}{s}\right) \cdot (2 \cdot v + 5)} \cdot \epsilon \quad (\text{MPa}) \quad (1)$$

dove  $E$  è il modulo elastico dell'acciaio,  $E_c$  quello del calcestruzzo e  $v$  il coefficiente di Poisson.

Dalla Eq. (1) appare evidente che la pressione di confinamento è variabile durante il processo di caricamento e dipende dallo spessore e dall'altezza dei piatti, oltre che dal loro interasse, dal modulo dell'acciaio e da quello del calcestruzzo.

Il secondo modello esaminato è quello proposto in /3/ che consente di determinare la risposta di elementi rinforzati con angolari e calastrelli soggetti a compressione o a presso-flessione. Il modello consente di ricavare l'intera curva carico-accorciamento in compressione includendo anche gli effetti di confinamento e dell'instabilità delle barre longitudinali e calcola la resistenza della membratura nel caso di presso-flessione.

Secondo tale modello il contributo alla resistenza offerto dagli angolari e dai piatti si ottiene sommando la resistenza del nucleo confinato in regime triassiale a quella degli angolari.

Con riferimento al calcolo della resistenza del nucleo confinato essa viene determinata sulla base della pressione efficace di confinamento  $f_{ce}$ , quest'ultima ottenuta come il prodotto della pressione di confinamento  $f_{lc}$  esercitata dal dispositivo per un coefficiente di efficacia dedotto in analogia con /4/. Il concetto su cui

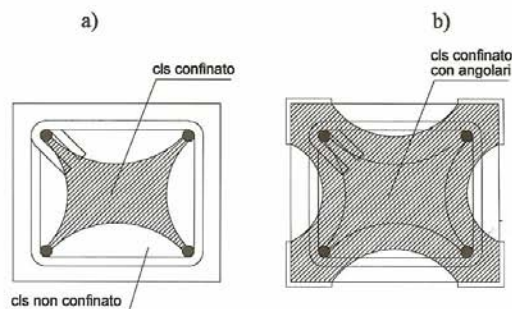


Fig. 4. Calcestruzzo efficacemente confinato per la sezione preesistente e per la sezione rinforzata.

si basa tale modello è quello che la pressione laterale di confinamento esercitata dai piatti e dagli angolari viene applicata nel piano dei piatti con efficacia solo su una parte di nucleo della sezione, mentre in altezza (spazio tra due piatti) è ulteriormente ridotta per tener conto della discontinuità dei calastrelli. La riduzione in pianta dell'area efficace è quella di figura 4 a) nel caso di elementi rinforzati con staffe (come proposto in /4/) e quella mostrata in figura 4 b) nel caso di rinforzo con angolari di spigolo (come suggerito in /3/).

Tenendo in conto della riduzione dell'area in pianta ed in altezza in analogia con quanto proposto in /4/ il coefficiente di efficacia risulta quindi pari a:

$$k_c = \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{(b - 2 \cdot L_1)^2}{b^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b}\right)^2 \quad (2)$$

La pressione laterale di confinamento è infine determinata in base a considerazioni di equilibrio su mezza sezione di calcestruzzo confinato, risultando, nell'ipotesi di piatti snervati pari a:

$$f_r = \frac{1}{2} \cdot \bar{n}_s \cdot f_y \quad (3)$$

Essendo  $\rho_s$  il rapporto geometrico di armatura trasversale nel passo  $s$  espresso da:

$$\bar{n}_s = \frac{4 \cdot t_2 \cdot s_2}{b \cdot s} \quad (4)$$

Avuta la pressione di confinamento effettiva (unica per pilastri a sezione quadrata) è possibile ricavare la resistenza del calcestruzzo confinato facendo uso dell'abaco riportato in /4/ che in funzione delle pressioni  $f_{11} - f_{12} - f'_1$  fornisce l'incremento di resistenza  $f_{cc}$  rispetto alla resistenza del calcestruzzo non confinato  $f_{cd}$ .

La deformazione ultima raggiunta dal calcestruzzo confinato e corrispondente alla rottura del piatto per eccesso di deformazione  $\epsilon_{su}$  risulta (vedi /3/ e /4/):

$$\epsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4 \cdot f_y \cdot \rho_s \cdot \epsilon_{su}}{f_{cc}} \quad (5)$$

Per quanto riguarda la modellazione dell'acciaio delle barre verticali sempre in /3/ si suggerisce di adot-

tare un modello elasto-plastico con incrudimento ed in base ad un recente modello fornito in letteratura /5/ si tiene in conto anche della possibilità che le barre si instabilizzino quando soggette a sforzi di compressione. Il modello cinematico del quale gli stessi autori forniscono una legge tensione-deformazione con gli effetti del secondo ordine dipende dalla deformazione assiale della barra e dall'interazione in campo plastico tra il momento flettente e lo sforzo normale agente sulla barra. Sinteticamente qui si ricorda che il cinematico cui si riferisce è quello di una barra di armatura instabilizzata che si pensa vincolata alle staffe e soggetta a carico di punta. Ovviamente al crescere dello sforzo normale il tratto di barra compreso da due staffe consecutive evolve verso un cinematico individuato da tre cerniere plastiche. Il modello non esamina comunque il caso degli angolari di spigoli di rinforzo caricati di punta secondo il piano di simmetria e soggetti alla pressione laterale esercitata dal calcestruzzo che nasce per effetto della dilatazione impedita.

Molti dei concetti messi in luce con i modelli esaminati sono anche riproposti nelle norme più recenti tra cui si citano l'Eurocodice (EC8) /6/ e le indicazioni dell'Ordinanza del Consiglio dei Ministri /7/.

Secondo l'EC8 /6/ l'effetto di confinamento di una camicia in acciaio si valuta come per le staffe, con riferimento alla percentuale geometrica di armatura presente in ciascuna delle direzioni trasversali.

Per ottenere l'incremento di resistenza a compressione è necessario però che il passo dei calastrelli in ferro piatto sia inferiore a  $b/2$  ed inoltre lo spessore degli stessi deve essere consistente (maggiore di 8-9 mm).

Nel caso di pilastri rettangolari con un alto rapporto dei lati è necessario ridurre la lunghezza libera dei calastrelli mediante barre filettate passanti nell'elemento strutturale in modo da serrare i due calastrelli opposti.

Per le colonne l'EC8 /6/, in funzione delle classi di duttilità previste ed indicate in tabella 1, fissa le percentuali meccaniche minime di armatura trasversale  $\omega_{wd, min}$  da adottare nelle regioni critiche. Fissa inoltre il valore minimo  $\mu_{1/r}$  del fattore di duttilità di curvatura convenzionale e lo sforzo normale adimensionale massimo  $v_{max}$ .

In funzione dei parametri anzidetti la norma Europea /6/ fissa un limite sul rapporto meccanico di armatura trasversale nella forma

$$k_e \cdot \omega_{wd} \geq k_o \cdot \mu \cdot v \cdot \varepsilon_{yd} \cdot \left( 0.35 \cdot \frac{A_c}{A_s} + 0.15 \right) \cdot 10 \cdot \varepsilon_{cu} \quad (6)$$

$$\omega_{wd} \geq \omega_{wd, min} \quad (7)$$

con  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ , e  $v = 0.5 v_{max}$ ,  
dove:  $\omega_{wd}$  è il rapporto meccanico volumetrico della staffatura di sconfinamento definito come:

$$\omega_{wd} = \frac{\text{vol. della staffatura di confinamento}}{\text{vol. del nucleo di calcestruzzo}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (8)$$

essendo

Tabella 1. Valori di riferimento per il calcolo della duttilità locale secondo EC8.

Classe	Simbolo	$\mu_{1/r}$	$\omega_{wd, min}$	$v_{max}$	$k_o$
alta	DC-H	13	0.130	0.55	55
media	DC-M	9	0.090	0.65	60
bassa	DC-L	5	0.065	0.75	65

- $\omega_{wd, min}$  è il valore minimo del rapporto meccanico volumetrico della staffatura di confinamento, in dipendenza della classe di duttilità considerata;
- $\mu_{1/r}$  è il valore di duttilità richiesto;
- $v_d$  è il valore normalizzato di progetto dell'azione assiale pari a  $N_d / (A_c \cdot f_{cd})$ ;
- $\varepsilon_{sy, d}$  è il valore di progetto della deformazione dell'acciaio in corrispondenza della tensione di snervamento;
- $A_c$  è l'area lorda di calcestruzzo;
- $A_o$  è l'area del nucleo di calcestruzzo;
- $\varepsilon_{cu} = 0.035$  è la deformazione nominale ultima del calcestruzzo non confinato;
- $k_o$  è un coefficiente che dipende dalla classe di duttilità considerata;
- $k_e$  è il coefficiente fornito dalla Eq. (2) per sezioni quadrate rinforzate con angolari e piatti.
- $f_{cd}$  la resistenza a compressione di calcolo del calcestruzzo non confinato.

Analogamente, l'Ordinanza /7/ considera l'effetto di confinamento di una camicia in acciaio e per essa calcola la resistenza del nucleo confinato con riferimento alla percentuale geometrica presente in ciascuna direzione trasversale.

Le ipotesi di base sono quelle che l'elemento incamiciato si comporta monoliticamente con piena aderenza tra vecchio e nuovo calcestruzzo, si trascura il fatto che il carico assiale è applicato alla sola porzione preesistente dell'elemento, inoltre, si considera che esso agisca sull'intera sezione incamiciata.

Per camicia di acciaio secondo l'Ordinanza /7/ si intende l'insieme di quattro angolari posti agli spigoli della sezione sui quali vengono saldate piastre continue o bande di dimensioni ed interasse adeguati, oppure vengono avvolti nastri in acciaio opportunamente dimensionati. I profili angolari possono essere fissati con resine epossidiche o semplicemente resi aderenti al calcestruzzo esistente. Le bande possono essere preriscaldate prima della saldatura ed i nastri possono essere presollecitati in modo da fornire successivamente una pressione di confinamento.

In tali condizioni l'effetto di confinamento si traduce in un incremento di resistenza del conglomerato secondo l'espressione:

$$f_{cc} = f_{cd} \left[ 1 + 3.7 \cdot \left( \frac{\alpha \cdot \rho_s \cdot f_{yd}}{f_{cd}} \right)^{0.87} \right] \quad (9)$$

Con  $\alpha$  «fattore di efficienza» assunto pari a:

$$\alpha = 1 - \frac{(b - 2 \cdot R)^2 + (h - 2 \cdot R)^2}{3 \cdot b \cdot h} \quad (10)$$

ove  $R$  è il raggio di arrotondamento agli spigoli della sezione (eventualmente presente) e  $b$  ed  $h$  le dimensioni della sezione se rettangolare.

Per la deformazione ultima del conglomerato confinato sempre secondo l'Ordinanza /7/ si assume:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.5 \cdot \alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cc}} \quad (11)$$

Nelle due equazioni precedenti (Eqn. 9, 11) si è adottato per il calcestruzzo esistente il valore della resistenza ottenuta come media delle prove eseguite in situ diviso per il fattore di confidenza scelto in relazione al Livello di Conoscenza raggiunto, mentre per l'acciaio si è adottata la resistenza di calcolo.

### 3. Modello proposto

Il modello qui proposto è indirizzato al calcolo della resistenza della colonna a sezione quadrata rinforzata con angolari e piatti ed esamina sia il caso di angolari con sola funzione di confinamento che quello di angolari reagenti anche a compressione e come tali suscettibili degli effetti del secondo ordine in presenza di sforzo normale e momento flettente.

Il modello, in analogia a quello proposto in /2/, si fonda sulla valutazione delle pressioni di contatto calcestruzzo angolari-piatti e nella sua versione generale (qui non presentata in dettaglio per brevità) consente di valutare la risposta complessiva in compressione dell'elemento rinforzato. In tale ambito l'attenzione è invece rivolta essenzialmente alla determinazione della capacità portante dell'elemento strutturale.

#### 3.1. Calcolo delle pressioni di confinamento

Per il calcolo delle pressioni di confinamento nel piano dei piatti e nel volume di calcestruzzo compreso tra due successivi piatti si parte dal concetto che se si carica assialmente una colonna essa si accorcia e si dilata trasversalmente proporzionalmente al coefficiente

di Poisson ed alla dimensione trasversale dell'elemento come mostrato in figura 5 a).

Se si fa riferimento alla generica sezione trasversale dell'elemento, essa è da considerare come una lastra in stato piano di deformazione che per effetto Poisson determina l'allungamento di ciascun lato della quantità  $\delta = \varepsilon \cdot v \cdot b/2$ .

Se la colonna è rinforzata anche con barre longitudinali e staffe essa si accorcia e si dilata con un'espansione laterale parzialmente impedita dalla presenza delle armature trasversali (vedi fig. 5 b). L'interazione tra le barre d'armatura ed il calcestruzzo, come è ben noto, fa nascere azioni mutue benefiche che si traducono in un incremento di resistenza e di duttilità dell'elemento strutturale. Analogamente nel caso di colonna rinforzata con angolari e piatti a causa dell'interazione con il nucleo di calcestruzzo nascono azioni mutue che si traducono in pressioni di confinamento con distribuzione non uniforme come mostrato recentemente in letteratura /2/.

Nel caso in esame per l'analisi della pressione di confinamento indotte dal rinforzo è possibile procedere in analogia con quanto fatto in letteratura /8/ nel caso di pilastri in cemento armato a sezione quadrata rinforzati con staffe e barre longitudinali, assumendo un modello piano e considerando per la simmetria del problema solamente un quarto di sezione trasversale come evidenziato in figura 6 a). In aggiunta è ancora possibile semplificare il problema piano facendo riferimento ad un modello monodimensionale come mostrato in figura 6 b). Quest'ultimo consiste nel considerare due travi su letto di molle di cui la prima simula l'angolare e la seconda il calalstrello. Il letto di molle simula l'interazione rinforzo-nucleo confinato. Essendo l'inerzia dell'angolare, funzione della lunghezza  $L_1$ , dello spessore  $t_1$  delle ali e dell'altezza  $s$  (pari all'interasse dei calastrelli), molto maggiore rispetto all'inerzia del piatto appare ragionevole ipotizzare che l'angolare si comporti come un tratto rigido nei confronti del piatto.

La rigidezza delle molle  $k_v$ , che agisce in direzione perpendicolare all'asse della trave, è fornita dalla seguente espressione /8/:

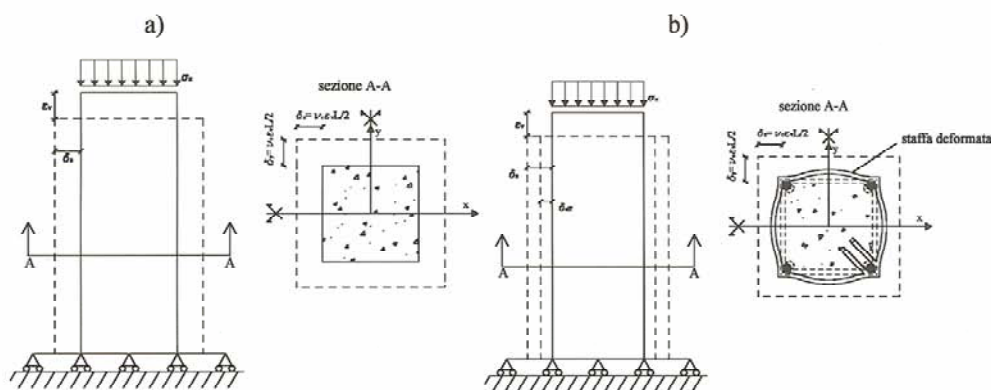


Fig. 5. Modello di deformazione libera ed impedita della colonna in c.a.

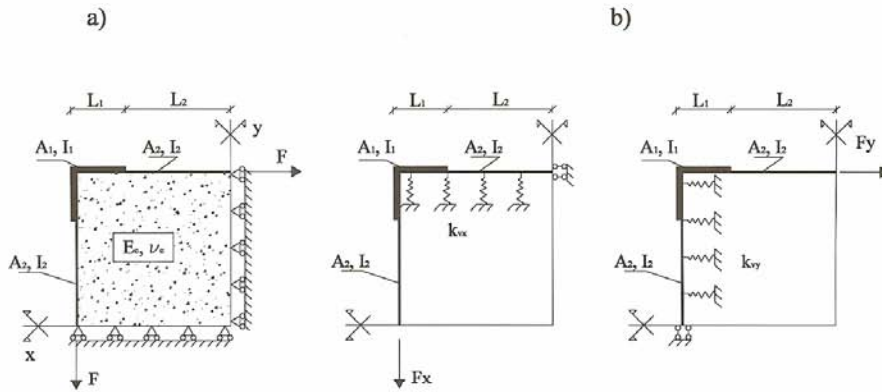


Fig. 6. Modello semplificato per l'interazione rinforzo - calcestruzzo.

$$k_v = \frac{E_c}{b \cdot (1 - \nu)} \quad (12)$$

Il piatto ha rigidezza flessionale proporzionale alle quantità  $E \cdot I$ , dove  $I$  è il momento d'inerzia della sezione trasversale della piastra dato da:

$$I = \frac{s_2 \cdot t_2^3}{12} \quad (13)$$

L'equilibrio in termini di spostamenti  $w$  della trave elastiche (piatti) su letto di molle è governato dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{k_v}{E \cdot I} \cdot (\delta - w) = 0 \quad (14)$$

dove  $\delta$  è lo spostamento laterale del provino di calcestruzzo non confinato.

La soluzione dell'equazione differenziale del 4° ordine per il tratto elastico considerato è:

$$w(x) = \ddot{a} + A \cosh \beta x \cdot \cos \beta x + B \sinh \beta x \cdot \sin \beta x + C \cosh \beta x \cdot \cos \beta x + D \cdot \cosh \beta x \cdot \sin \beta x \quad (15)$$

dove  $\beta$  è un parametro che dipende dalla rigidezza relativa rinforzo-nucleo confinato espresso da:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_v \cdot A_2}{4 \cdot E \cdot I_2}} \quad (16)$$

Ed essendo l'area del piatto  $A_2 = t_2 \cdot s_2$  risulta:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3}{b \cdot t_2^2} \cdot \frac{E_c}{E \cdot (1 - \nu)}} \quad (17)$$

Dalla Eq. (17) si evince chiaramente che la rigidezza del sistema calcestruzzo-calcestruzzo dipende dei moduli elastici dei materiali e dalle caratteristiche geometriche della sezione e del piatto.

Per determinare le quattro costanti  $A, B, C, D$  si opera su un tratto di trave disposta lungo l'asse  $x$  (lungo l'asse  $y$  il ragionamento è del tutto analogo)

imponendo le condizioni al contorno nelle sezioni di estremità.

Avendo considerato una traslazione rigida, dovuta all'elevata rigidezza dell'angolare, lo spostamento  $w_1(x)$ , per l'intero tratto  $L_1$ , sarà costantemente pari all'allungamento  $\delta_1$  del piatto e dell'angolare indotto dalla forza di trazione  $F_x$  che su esso nasce per effetto della dilatazione laterale parzialmente impedita nella forma:

$$w_1(x) = \delta_1 = F_x \cdot \left( \frac{L_1}{E \cdot s \cdot t_1} + \frac{L_2}{E \cdot s_x \cdot t_2} \right) \quad (18)$$

Per il tratto elastico di lunghezza  $L_2$  e di linea elastica  $w_2(x)$  occorre invece imporre le seguenti condizioni al contorno: -rotazioni nulle alle estremità; -spostamento in  $x=0$  per congruenza pari a  $\delta_1$ ; -taglio nullo in  $x=L_2$

Che espresse in termini analitici risultano:

$$w_2(x)|_{x=0} = \delta_1; \quad \frac{dw_2(x)}{dx}|_{x=0} = 0; \quad (19)$$

$$\frac{d^3 w_2(x)}{dx^3}|_{x=L_2} = 0; \quad \frac{dw_2(x)}{dx}|_{x=L_2} = 0;$$

Dalle quali si ricavano le quattro costanti dell'equazione differenziale dello spostamento  $w(x)$ :

$$A = \delta_1 - \delta$$

$$B = (\delta_1 - \delta) \cdot \frac{(\text{Sen}(\beta L_2) \text{Cos}(\beta L_2) - \text{Senh}(\beta L_2) \text{Cosh}(\beta L_2))}{(\text{Sen}(\beta L_2) \text{Cos}(\beta L_2) + \text{Senh}(\beta L_2) \text{Cosh}(\beta L_2))} \quad (20)$$

$$C = (\delta_1 - \delta) \cdot \frac{(\text{Cos}^2(\beta L_2) - \text{Cosh}^2(\beta L_2))}{(\text{Sen}(\beta L_2) \text{Cos}(\beta L_2) + \text{Senh}(\beta L_2) \text{Cosh}(\beta L_2))}$$

$$D = -C$$

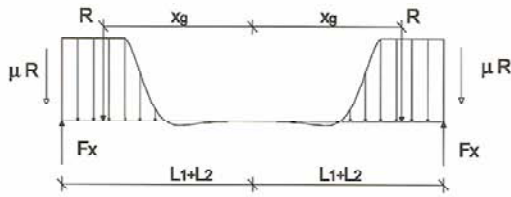


Fig. 7. Equilibrio della sezione considerata.

Come mostrato in /8/ la pressione di confinamento  $q(x)$  può pensarsi proporzionale alla rigidità assiale della lastra  $k_v$  per lo spostamento efficace, questo ultimo pari allo spostamento che la lastra avrebbe se fosse libera ( $\delta$ ) meno la linea elastica delle travi considerate pari a  $w(x)$ .

In particolare ciò significa:

$$q(x) = K_v[\delta - w(x)] \quad (21)$$

Nella Eq. (21) figura ancora come incognita lo spostamento  $\delta_1$ , contenuto nelle espressioni delle quattro costanti sopra ricavate, funzione dell'entità della forza assiale  $F_x$  agente sul piatto.

Infine, per determinare l'entità della forza assiale  $F_x$  si considera l'equilibrio alla traslazione verticale (vedi fig. 7) imponendo che la forza  $F_x$  sia pari alla risultante delle pressioni di confinamento ( $F_x = R$ ).

Essendo

$$R = \int_0^{L_1} q(x) dx \quad (22)$$

Tale condizione di equilibrio fornisce il valore della forza  $F_x$  al variare della dilatazione assiale sulla colonna, delle caratteristiche del pilastro stesso e del rinforzo utilizzato nella forma seguente:

$$F_x = \frac{v \cdot \epsilon \cdot b}{\frac{1}{E} \left( \frac{L_1}{s_1 \cdot t_1} + \frac{L_2}{s_2 \cdot t_2} \right) + \frac{1}{k_s \cdot L_1 + \frac{k_s}{\beta} \cdot \left( \frac{\cosh^2 \beta L_1 - \cos^2 \beta L_1}{\sinh \beta L_1 \cdot \cos \beta L_2 + \sinh \beta L_2 \cdot \cosh \beta L_1} \right)} \quad (23)$$

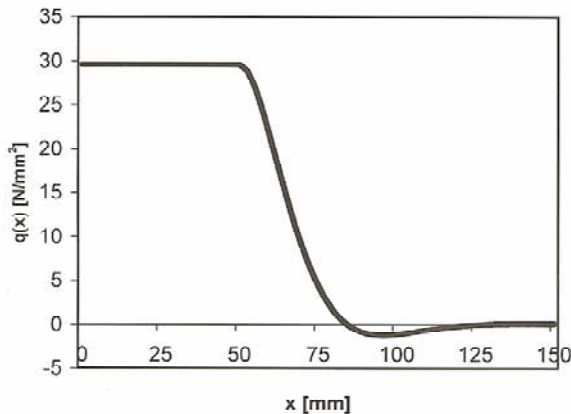
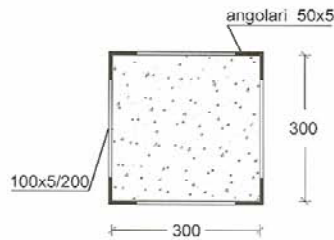


Fig. 8. Andamento tipo delle pressioni di confinamento nel piano del calastrolo.



Avuta la forza  $F_x$  la pressione media equivalente agente sulla faccia di lati  $b$  ed  $s$  risulta:

$$f_1(\epsilon_x) = \frac{F_x}{b \cdot s} \quad (24)$$

L'andamento delle pressioni di confinamento indotte dal rinforzo è pertanto determinato per fissate caratteristiche geometriche e costitutive. Le diverse caratteristiche che possono avere gli angolari, i calastrelli ed il pilastro in c.a. si traducono poi in una diversa distribuzione delle pressioni di confinamento generate dallo stesso rinforzo.

Per chiarire meglio in concetti in figura 8 si mostra l'andamento delle pressioni di confinamento (Eq. 24) indotte dal rinforzo in un pilastro a sezione quadrata di lato 300 mm, costituito da calcestruzzo di resistenza cilindrica  $f_{co} = 15$  MPa. Il rinforzo è realizzato con quattro angolari a lati uguali 50x5 mm, e piatte sulle quattro facce 100x5 mm posti ad  $s=200$  mm. Sia i piatte che gli angolari sono costituiti da acciaio Fe 430 di resistenza minima allo snervamento pari a 275 N/mm<sup>2</sup>. Il diagramma di figura 8 che rappresenta l'andamento delle pressioni di confinamento (Eq. 21) fra 0 e  $b/2$  nel piano del calastrolo si riferisce alla deformazione assiale  $\epsilon=0.003$  ed un valore del coefficiente elastico di Poisson  $\nu=0.35$ .

Dall'andamento delle pressioni di contatto si evince che superato il tratto rigido costituito dall'angolare, la pressione si smorza in ragione della rigidità flessionale del piatto e delle caratteristiche di rigidità del calcestruzzo con una zona di estinzione determinabile analiticamente, ma che con buona approssimazione risulta pari a 6 volte lo spessore del calastrolo.

Il modello proposto è in buon accordo con quello recentemente messo a punto in /2/ come è possibile evincere dal diagramma di figura 9 i cui dati di riferimento sono gli stessi dell'esempio di figura 8. In particolare in figura 9 si mostra la variazione della pressione media equivalente al variare della deformazione assiale della colonna calcolata con il modello di Braga *et al.* /2/ (Eq. 1) e con il modello proposto (Eq. 24).

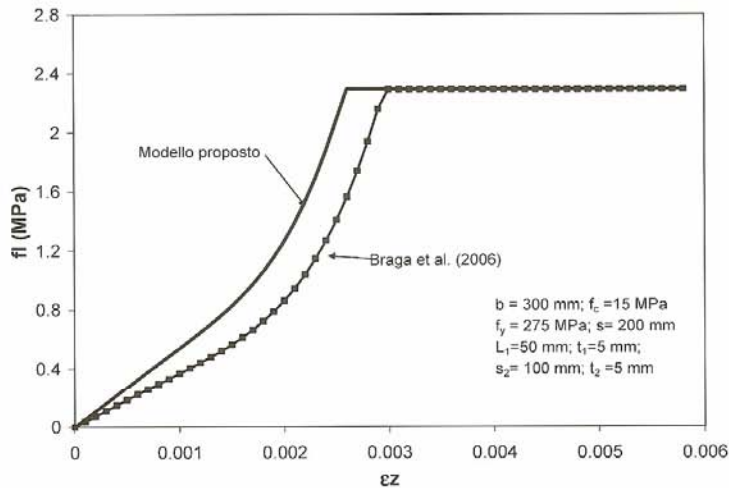


Fig. 9. Andamento tipo della pressione media equivalente nel piano del calastroello.

Nell'applicazione delle Eq. (1) e Eq. (24) per tenere conto della variazione del coefficiente di Poisson con la deformazione assiale si è impiegata la legge di variazione di Elwy e Murray /9/. In entrambi i modelli non appena il piatto di snerva si assume che la pressione sia costante.

### 3.2. Calcolo della portanza dell'elemento rinforzato

Le pressioni di confinamento, determinate con il modello proposto (Eq. 21), risultano, da quanto si evince dall'andamento dei grafici precedenti, notevolmente concentrate in corrispondenza degli spigoli della sezione, (dove è posizionato l'angolare), con valori trascurabili nelle restanti parti (vedi fig. 10). Per il calcolo dell'incremento di resistenza dovuto al confinamento si può considerare che la pressione esercitata dall'angolare sul calcestruzzo sia uniforme ed estesa essenzialmente per un tratto pari ad  $L_1$ , inoltre si suppone che a tale

azione si accompagni la risultante di tensioni tangenziali dovuta all'attrito tra rinforzo e calcestruzzo che si assume proporzionale alla pressione di confinamento secondo un coefficiente di attrito  $\mu$  assunto pari a 0.5 (vedi /10/).

Assumendo questa configurazione si generano nella sezione due zone rappresentative (vedi fig. 11 b): - una zona di spigolo dove gli angolari ingenerano nel calcestruzzo un regime di sforzi triassiale, agente su una fascia di altezza  $s$  e profondità  $L_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; - una zona in corrispondenza dei piatti dove si ha regime di sforzi uniassiale, che si sviluppa all'interno di triangoli di altezza pari alla dimensione caratteristica dei piatti  $L_2$ , delimitati dalle linee inclinate a  $45^\circ$  di separazione tra calcestruzzo confinato e calcestruzzo non confinato. Per confronto in fig. 10 a) si mostra il volume efficacemente confinato dedotto secondo Montuori *et al.* /3/.

Come già detto per determinare la massima pressione di confinamento laterale dovuta al rinforzo in acciaio (cioè quella corrispondente allo snervamento dei calastrelli) si può fare riferimento all'equilibrio della sezione considerata (vedi fig. 11), come se fosse un corpo rigido. Nell'equilibrio oltre a mettere in conto l'azione attritiva si è anche assunto che la pressione laterale di confinamento sia compressiva di una zona reagente di piatto pari a  $6 t_2$ , quantità che si annulla nell'ipotesi di piatto non aderente al calcestruzzo ma saldato esternamente all'angolare.

In base a quanto detto risulta:

$$(f_l \cdot L_1 \cdot s_1) \cdot 2 + \left( \frac{1}{2} \cdot f_l \cdot 6t_2 \cdot s_2 \right) + \mu \cdot (f_l \cdot L_1 \cdot s_1) \cdot 2 + \left( \frac{1}{2} \cdot f_l \cdot 6t_2 \cdot s_2 \right) = F_x \quad (25)$$

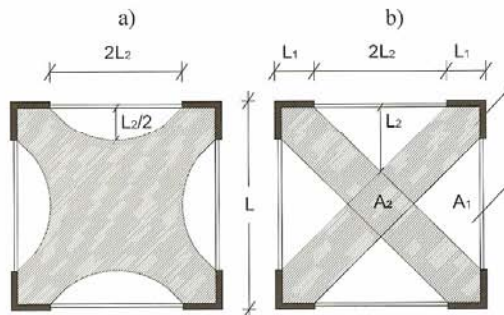


Fig. 10. Calcestruzzo efficacemente confinato per la sezione rinforzata: a) modello di Montuori *et al.* /3/; b) modello proposto.



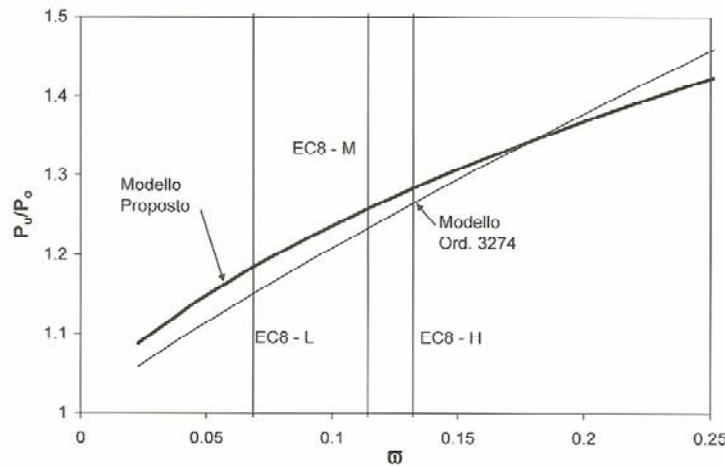


Fig. 11. Variazione della portanza con il rapporto meccanico di armatura trasversale.

dove  $F_x$  assume il valore massimo pari a  $t_2 \cdot s_2 \cdot f_y$  da cui:

$$f_{lmax} = \frac{t_2 \cdot s_2 \cdot f_y}{(1 + \mu) \cdot (L_1 \cdot s_1 + 3 \cdot t_2 \cdot s_2)} \quad (26)$$

La resistenza del calcestruzzo confinato può essere calcolata attraverso la seguente relazione (16/):

$$f_{cc} = f_{co} \cdot \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 \cdot f_{lmax}}{f'_{co}}} - 2 \frac{f_{lmax}}{f'_{co}} \right) \quad (27)$$

Sempre in accordo con 14/ la deformazione  $\epsilon_{cc}$  corrispondente a  $f_{cc}$  può calcolarsi con la seguente espressione:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \cdot \left[ 1 + 5 \cdot \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

Nelle zone in cui la tensione di confinamento vale zero si considera il valore della resistenza del calcestruzzo non confinato  $f_{co}$ .

Sovrapponendo gli effetti in proporzione alle aree interessate, si ottiene la seguente espressione per il calcolo della portanza della colonna:

$$P = f_{co} \cdot L_2^2 + f_{cc} \cdot (b^2 - L_2^2) \quad (29)$$

Applicando il modello proposto è possibile ottenere risultati prossimi a quelli ottenuti con l'espressione fornita dall'Ordinanza 17/ come si evince dal grafico di figura 11.

In tale grafico si riporta in ascissa il rapporto meccanico di armatura ed in ordinata il carico ultimo rapportato a quello della sezione non confinata. Nello stesso grafico si riportano anche i valori minimi del rapporto meccanico di armatura indicati dall'Eurocodice 8 16/ per le classi di duttilità L, M H. Il confronto mostra l'ottima rispondenza tra il modello proposto di chiara interpretazione fisica e quello indicato dall'ordinanza 3274 17/. Dall'andamento del grafico si evince inoltre che adottando i minimi di armatura meccanica suggeriti

dalle norme l'incremento di portanza legato al nucleo confinato è compreso tra il 15 e 25%.

### 3.3. Contributo degli angolari compressi

Sia nel caso di angolare di solo confinamento che di quello in cui è messo in forza per carichi assiali agenti direttamente, nel calcolo della portanza degli angolari, occorre tener conto della loro resistenza e delle condizioni di stabilità.

#### 3.1.1. Verifica di resistenza degli angolari

Con riferimento al problema della resistenza occorre osservare che l'angolare è soggetto a presso-flessione. In esso lo sforzo normale è quello indotto per effetto dell'attrito che si sviluppa nelle zone di contatto con i piatti nel caso di angolare di solo confinamento, ovvero quello che nasce in ragione della sua rigidità assiale nel caso di angolare caricato direttamente. Il momento flettente è invece in entrambi i casi quello indotto dall'azione distribuita nel passo  $s$  dovuta al calcestruzzo confinato. Tale carico agisce con valore massimo indotto dalla pressione  $f_{lmax}$  (vedi Eq. 26) ed agisce sulla superficie delle due facce dell'angolare di spigolo e avente risultante agente secondo la direzione del piano di simmetria dell'angolare. Per il calcolo del momento flettente lo schema statico assunto è quello di trave incastrata tra due successivi piatti.

Con riferimento alle condizioni di equilibrio in condizioni limite è possibile ricavare le espressioni di seguito riportate dello sforzo normale e del momento ultimo per pura flessione e di quello ultimo in presenza di sforzo normale.

Lo sforzo normale ultimo risulta pari a:

$$N_u = 2 \cdot f_y \cdot L_1 \cdot t_1 \quad (30)$$

Il momento ultimo per pura flessione risulta pari a:

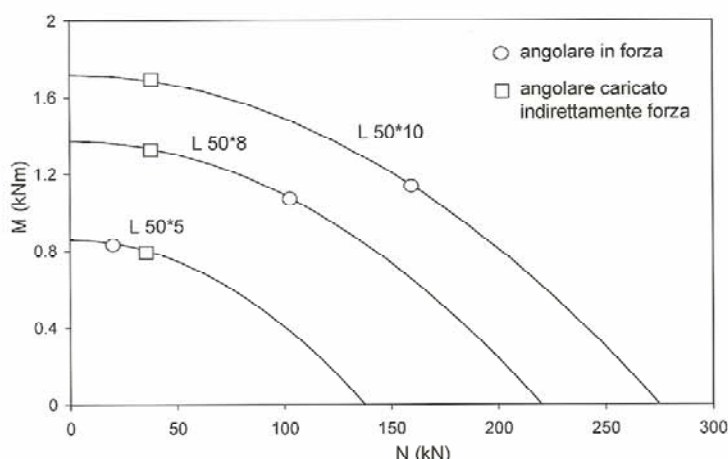


Fig. 12. Domini di interazione per angolari in acciai caricati lungo il piano di simmetria.

$$M_u = \frac{L_2^2 \cdot t_1 \cdot f_y}{4} \quad (31)$$

Il momento ultimo sopportabile in presenza di sforzo normale risulta pari a:

$$M_u^* = M_u - M_u^d \quad (32)$$

Essendo  $M_u^d$  il momento dovuto allo sforzo normale agente con tensione di snervamento su una porzione ridotta di altezza  $d$  pari a:

$$d = \frac{\sqrt{2} \cdot N}{4 \cdot f_y \cdot t_1} \quad (33)$$

Risultando quindi:

$$M_u^* = \frac{L_2^2 \cdot t_1 \cdot f_y}{4} - \frac{N^2}{16 \cdot f_y \cdot t_1} \quad (34)$$

Dalla Eq. (34) è facile rilevare che se  $N=0$  o  $N=N_u$  si ricavano i casi di flessione pura e di sforzo normale plastico.

Nel caso di angolare caricato indirettamente lo sforzo normale sull'angolare è quello che nasce per effetto dell'attrito nella zona di angolare in prossimità dei piatti e attinge valore massimo in corrispondenza di  $f_{1max}$ .

Il suo valore è pari a:

$$N = 2 \cdot \mu \cdot f_{1max} \cdot L_1 \cdot s_2 = \quad (35)$$

$$2 \cdot \mu \cdot \frac{t_2 \cdot s_2 \cdot f_y}{(1 + \mu) \cdot (L_1 \cdot s_1 + 3 \cdot t_2 \cdot s_2)} \cdot L_1 \cdot s_2$$

Dalla Eq. (34) è possibile anche ricavare per assegnato sforzo normale fornito dalla Eq. (35) il massimo momento flettente che l'angolare può sopportare, valore da confrontare con il momento di calcolo. Quest'ultimo nell'ipotesi di carico agente sull'angolare di tipo uni-

formemente distribuito di valore  $q=2 \cdot f_{1max} \cdot L_1$  e nello schema di trave incastrata sulla luce  $s$  fornisce il momento  $M_{Maxx} = -\frac{1}{12} \cdot 2 \cdot f_{1max} \cdot L_1 \cdot (s - s_2)^2$ .

Nel caso in cui l'angolare è messo in forza direttamente fissato il momento flettente ultimo  $M_u^*$  pari a  $M_{1max}$  è possibile dalla Eq. (34) ricavare il massimo sforzo normale che l'angolare può sopportare nella forma:

$$N = \sqrt{4 \cdot f_y \cdot t_1 \cdot (4 \cdot M_u^* - t_1 \cdot f_y \cdot L_1^2)} \quad (36)$$

In figura 12 si mostra il dominio di interazione  $M, N$  nel caso di angolare 50\*5, 50\*8 e 50\*10 mm. Nello stesso diagramma si riportano anche i punti relativi alle condizioni di crisi degli stessi angolari quando sottoposti al carico trasversale indotto dalla massima pressione di confinamento ed allo sforzo normale indotto indirettamente nel caso di angolari di solo confinamento o nel caso di angolari caricati direttamente.

È interessante osservare, anche se era prevedibile, che, nel caso di angolare caricati direttamente, lo sforzo normale ultimo aumenta all'aumentare dello spessore dell'angolare pur rimanendo sempre inferiore a quello plastico, mentre nel caso di angolare caricato indirettamente il momento utile aumenta. Da ciò si evince che ai fini del calcolo della portanza del pilastro, occorre porre particolare attenzione al calcolo dell'effettivo contributo resistente degli angolari. In particolare nei casi esaminati il contributo degli angolari di spigolo si assesta tra il 15 ed il 55% dello sforzo normale ultimo quando l'angolare è messo in forza.

### 3.1.2. Verifica di stabilità degli angolari

Con riferimento alle condizioni di stabilità si fa riferimento ad un modello comportamentale che considera anche la possibilità che l'angolare si instabilizzi quando è soggetto a sforzi di presso-flessione.

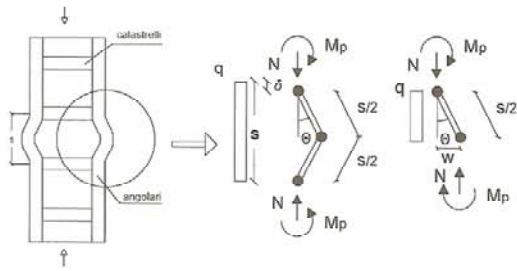


Fig. 13. Cinematismo dell'angolare instabilizzato.

In figura 13 si può osservare il cinematismo che si assume per l'angolare instabilizzato, analogo a quello proposto in letteratura /5/ nella descrizione di una barra di armatura instabilizzata.

In tal caso i piatti costituiscono un vincolo assimilabile ad un appoggio fisso, per cui l'intero angolare può essere visto come una trave su più appoggi caricata di punta e soggetta ad un carico laterale indotto dalla pressione del calcestruzzo sull'angolare.

Ovviamente al crescere dello sforzo normale il tratto di angolare compreso da due piatti successivi evolve verso un cinematismo individuato da tre cerniere plastiche.

L'equilibrio di un tratto di angolare instabilizzato fornisce:

$$N = \frac{2 \cdot M_w^*}{w} - f_{1max} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot L_1 \cdot s \quad (37)$$

dove  $w$  è lo spostamento trasversale. Inoltre, lo spostamento assiale longitudinale  $\delta$  e la rotazione rigida  $\theta$  sono legati dalla relazione:

$$\delta = s - 2 \cdot \left(\frac{s}{2}\right) \cdot \cos \theta = s \cdot (1 - \cos \theta) \quad (38)$$

Ricavando  $\cos \theta$  dalla Eq. (38), è possibile esprimere lo spostamento laterale  $w$  come:

$$w = \frac{s}{2} \cdot \sin \theta = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\delta}{s} - \frac{\delta^2}{s^2}} \quad (39)$$

Sostituendo l'espressione di  $w$  (Eq. (38)) nella Eq. (37) e prendendo in conto l'Eq. (36), si ricava il legame  $N-\delta$  fra lo sforzo normale e l'accorciamento, ovvero fra la tensione media  $\sigma_s = N/A_1$  (con  $A_1$  = area dell'angolare) e la deformazione assiale  $\epsilon_s = \delta/s$  dell'angolare instabilizzato nella forma:

$$\sigma_s = \frac{1}{2 \cdot l_1 \cdot L_1} \left[ 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot L_1 \cdot l_1 \cdot f_c - \frac{\sqrt{2} \cdot N^2}{16 \cdot f_c^2 \cdot l_1} \right) - f_{1max} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot L_1 \cdot s \right] \quad (40)$$

In figura 14 si mostra il diagramma tensione-deformazione per un elemento con sezione trasversale quadrata di lato 300 mm rinforzato con angolari 50\*8 mm e con piatti da 8 mm ed altezza 50 mm su una colonna di lato 300 mm. Si riportano i diagrammi relativi ai casi di  $s$  pari a  $b/2$ ,  $b$  e  $2b$ . Appare evidente l'influenza di

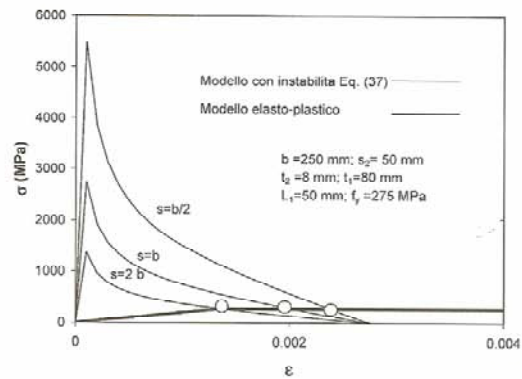


Fig. 14. Andamento tipo del legame per l'angolare libero di instabilizzarsi al variare del passo dei piatti.

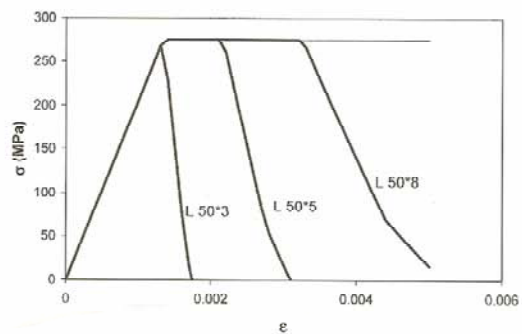


Fig. 15. Andamento tipo del legame per l'angolare libero di instabilizzarsi al variare dello spessore dell'angolare.

tale parametro sulle condizioni di stabilità. Si osserva che i valori di  $s$  pari a  $b/2$  proposto in /6/ consentono di trascurare gli effetti della stabilità se lo spessore dell'angolare è assunto almeno pari a quello del piatto e questo ultimo pari 8 mm.

Si osserva inoltre che anche lo spessore dell'angolare riveste un ruolo di fondamentale importanza sul problema della stabilità dello stesso. A tal fine si mostra in figura 15, con riferimento agli stessi dati assunti in figura 14, l'effetto di diversi spessori dell'angolare sui diagrammi tensione-deformazione. Il diagrammi qui riportati sono comprensivi del problema della resistenza e della stabilità. Appare evidente che per scongiurare la instabilità dell'angolare in campo elastico (caso che si attiva nell'esempio considerato quando lo spessore dell'angolare è 3 mm) occorre adottare un adeguato spessore dell'angolare da relazionare con quello del piatto (caso di 5 e 8 mm di fig. 15).

#### 4. Confronto teorico-sperimentale

Al fine di validare il modello proposto è stato eseguito un confronto teorico-sperimentale considerando i

Tabella 2. Dati relativi alle sperimentazioni considerate.

Rif.	b (mm)	L (mm)	Piatto (mm)	s (mm)	$f_{c0}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)
/11/	300	50 * 5	50 * 5	200	15.0	330
/1/	250	50 * 5	19 * 0.8	40	12.7	700
/10/	300	80 * 8	160 * 8	575	15.5	275

Tabella 3. Confronti teorico-sperimentali.

Rif.	P (kN)				$c_{cc}$	
	Exp.	Ord. 3274 /7/	Montuori et al. /2/	Eq. (29)	Exp.	Eq. (28)
/11/	1306	1603	1978	1530	0.0110	0.0118
/1/	1583	1624	1366	1608	0.0088	0.0108
/10/	2650	2623	2656	2412	0.0096	0.0120

risultati delle prove sperimentali ricavate in letteratura /1/, /10/, /11/. In tabella 2 si riportano i dati relativi ai provini testati, mentre in tabella 3 si riportano i risultati (valori medi dei campioni relativi alle stesse tipologie esaminate in /1/, /10/, /11/ sia in termini di carico massimo che di deformazione corrispondente. Nella stessa tabella 3 si riportano i valori del carico massimo dedotti con il modello proposto e quelli ottenuti con l'Ordinanza 3274 /7/ e con il modello di Montuori et al. /3/. Dal confronto si vede la buona rispondenza del modello proposto e dei valori sperimentali sia in termini di resistenza che di deformazione di picco.

## 5. Conclusioni

Nel presente lavoro si è presentato un modello di calcolo per la determinazione della risposta in compressione di elementi in calcestruzzo rinforzati con angolari agli spigoli e piatti di rinforzo in acciaio. I casi esaminati si riferiscono al rinforzo con angolari aventi funzione portante o di solo confinamento.

Il modello proposto consente di:

- ricavare la distribuzione delle pressioni di confinamento nel piano dei piatti e nello spazio tra due successivi;
- ricavare la portanza della colonna con riferimento all'area di calcestruzzo efficacemente confinata (che è quella individuata dagli angolari) ed affidando ai piatti snervati il ruolo di attivare la massima pressione di confinamento;
- di confermare l'espressione fornita recentemente dall'Ordinanza 3274 del Consiglio dei Ministri per il calcolo della resistenza di elementi rinforzati con la tecnica degli angolari e dei piatti;
- di verificare le prescrizioni normative sullo spessore e sull'interasse dei piatti per attivare incrementi di resistenza legati al confinamento.

Inoltre, sia con riferimento al caso di angolari di solo confinamento che di elementi messi in forza, il modello proposto mette in luce la necessità di includere nel calcolo della portanza degli angolari le verifiche di

resistenza e di stabilità degli stessi soggetti a pressoflessione.

Nel caso delle verifiche di stabilità il modello proposto evidenzia il ruolo importante dello spessore e della dimensione del lato dell'angolare che deve essere messo in relazione al passo ed alle dimensioni dei piatti oltre che alla tensione di snervamento del materiale.

Infine si mette in luce che, se l'obiettivo del rinforzo è quello di incrementare la portanza e la duttilità dell'elemento, si richiede particolare cura nella scelta delle dimensioni degli angolari e dei piatti accertando che l'instabilità dell'angolare non avvenga prima del raggiungimento della deformazione di picco del calcestruzzo confinato.

## Bibliografia

- /1/ Dolce M., Gigliotti R., Laterza M., Nigro D., Marretto R. Il rafforzamento dei pilastri mediante il sistema CAM. *CD degli Atti del 10° Convegno Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia*, Potenza-Matera 9-1 settembre 2001.
- /2/ Braga F., Gigliotti R., Laterza M. Analytical stress-strain relationship for concrete confined by steel stirrups and/or FRP jackets. *Journal of Struct. Engng.* ASCE, 2006; 132 (9): 1402-1419.
- /3/ Montuori R., Piluso V., Rizzano G. Analisi teorico-sperimentale della capacità portante di colonne in c.a. pressoinflesse rinforzate con angolari e calestrelli. *V Workshop Italiano sulle strutture composte*. Fisciano 28-29 Novembre 2002, Vol. II pp. 325-339.
- /4/ Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Struct. Engng.* ASCE, 1988; 114 (8): 1804-1826.
- /5/ Gomes A. and Appleton J. Nonlinear cyclic stress-strain relationship of reinforcing bars including buckling. *Engineering Structures*, 1997; 19 (10): 822-826.
- /6/ Eurocode 8. Structures in seismic regions. *European Committee for Standardization (CEN)*, ENV 1998.
- /7/ Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica. Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri 3274 (2003), Presidenza del Consiglio dei Ministri.
- /8/ Campione G. Analytical model for high strength concrete columns with square cross-section. In stampa su *Structural Engineering and Mechanics* 2007.
- /9/ Elwi A.A., Murray D.W. A 3D hypoelastic concrete constitutive relationship. *Journal of Struct. Mechanics*, ASCE, 1979, 105: 623-641.
- /10/ Adam J.M., Ivorra S., Gimenez E., Moragues J.J., Miguel P., Mirgall C., Calderon P.A. Behaviour of axially loaded RC columns strengthened by steel angles and strips. *Steel and Composites Structures*, 2007, 7 (5): 405-419.

/11/ Dolce M., Masi A., Cappa T., Nigro D., Ferrini M. Experimental evaluation of effectiveness of local strengthening on columns of R/C existing Structures. 2003. CD-Rom degli atti del Fib-Symposium concrete structures in Earthquake regions. May 6-9 Athens.

#### Lista dei simboli

b lato della sezione trasversale del pilastro  
 d altezza della zona compressa in presso-flessione  
 E modulo elastico dell'acciaio  
 $E_c$  modulo elastico del conglomerato  
 $f_y$  tensione di snervamento sperimentale delle armature  
 $f_{c0}$  resistenza cilindrica a 28 giorni del conglomerato non confinato  
 $L_1$  lato dell'angolare  
 $L_2$  metà della lunghezza del piatto  
 s passo dei piatti  
 $s_2$  altezza piatto  
 $t_1$  spessore angolare  
 $t_2$  spessore piatto  
 $\rho_s$  rapporto geometrico armatura trasversale  
 $\epsilon_{cu}$  deformazione ultima del calcestruzzo confinato  
 $\epsilon_{cc}$  deformazione di picco del calcestruzzo confinato

$f_{cc}$  resistenza del calcestruzzo confinato  
 $\epsilon_{su}$  deformazione ultima dell'acciaio del piatto  
 $\delta$  spostamento laterale  
 $\nu$  coefficiente di Poisson  
 $K_v$  rigidità della lastra  
 I momento di inerzia del piatto  
 W modulo di resistenza  
 $\delta_l$  allungamento del lato della sezione  
 $F_x$  forza di trazione agente sul piatto  
 $\mu$  coefficiente di attrito  
 e deformazione assiale  
 R risultante delle pressioni di confinamento  
 $\alpha$  coefficiente di efficacia secondo l'Ordinanza 3274  
 h lato della sezione rettangolare  
 $K_c$  coefficiente di efficacia della sezione  
 $f_{yd}$  tensione di calcolo dell'acciaio  
 $f_{cd}$  tensione di calcolo del conglomerato  
 $f_{lmax}$  pressione di sconfinamento massima  
 $\sigma_s$  tensione di lavoro dei piatti  
 $N_u$  sforzo normale ultimo dell'angolare  
 $M_u$  momento ultimo dell'angolare in flessione  
 $M_u^*$  momento ultimo dell'angolare in presso-flessione  
 $v_{max}$  sforzo normale massimo adimensionale  
 $\omega_{wd, min}$  percentuale meccanica minima di armatura trasversale spirali  
 $\mu_{1/r}$  fattore di duttilità di curvatura convenzionale