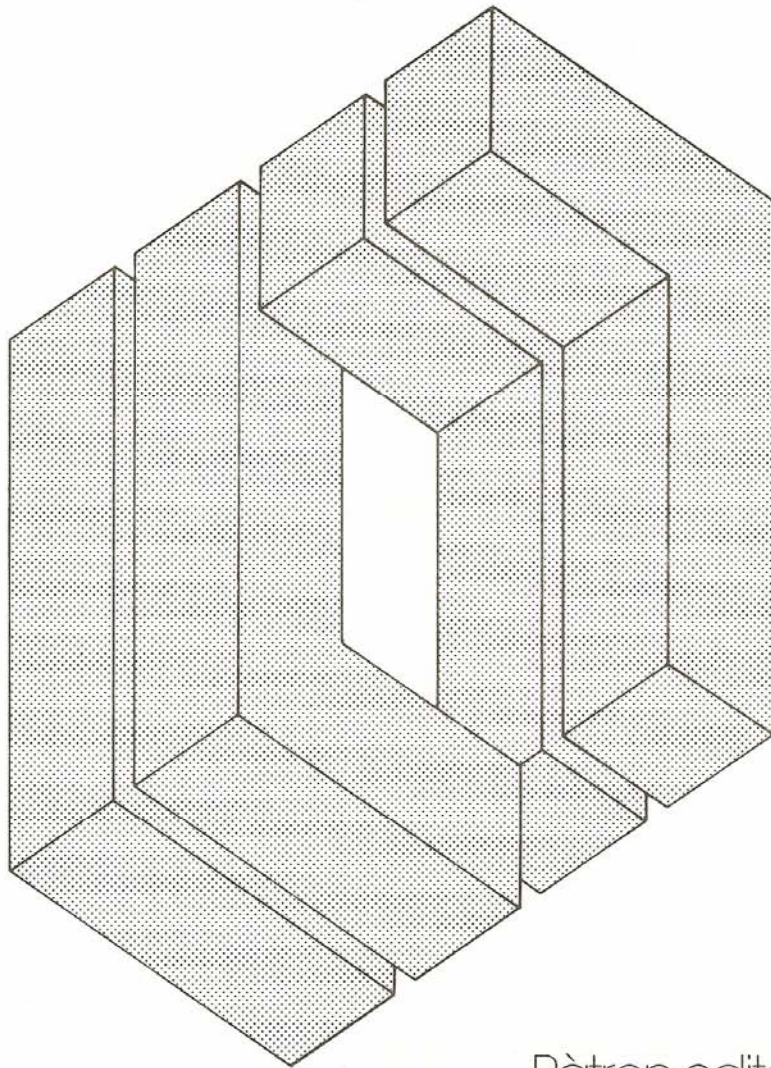


estratto da:

ingegneria sismica

quadrimestrale tecnico-scientifico



Patron editore

Resistenza e duttilità di colonne compresse in calcestruzzo ad alta resistenza

Giuseppe Campione*, Marinella Fossetti*

SOMMARIO – Si presenta un modello di calcolo per la determinazione della risposta in compressione di elementi in calcestruzzo ad alta resistenza con sezione trasversale circolare ed in presenza di armature longitudinali e trasversali. Il modello è validato sulla base di dati sperimentali ricavati dagli autori e di quelli disponibili in letteratura ed è messo a confronto con i risultati ottenuti con i modelli più recenti. Infine, con particolare riferimento alla resistenza ed alla duttilità di elementi prevalentemente compressi, si commentano brevemente alcune prescrizioni normative più comunemente usate in ambito internazionale, europeo e nazionale.

SUMMARY – An analytical model for the determination of the compressive response of R.C. members having circular transverse cross-section and reinforced with transverse steel and longitudinal bars is presented. The model able to include also the contribution in confinement due to transverse and longitudinal bars was verified against experimental data recently generated by the authors and those available in the literature. Also comparison was made with the predicted values given with recent models presented in the literature. Finally, a comment on the design prescriptions given by International, European and National codes in relation with the results here obtained is made.

Parole chiave: calcestruzzo, alta resistenza, confinamento, comportamento in compressione.

Keywords: concrete, high strength, confinement, compressive behavior.

1. Introduzione

Diversi studi teorici e sperimentali si sono occupati del calcolo della resistenza e della duttilità di elementi compressi di conglomerato confinato con armature tradizionali (spirali o staffe), con sezione trasversale di forma circolare o rettangolare. Da tali lavori è emerso che la presenza di armature trasversali e longitudinali aumenta la resistenza e la duttilità del materiale a causa del regime triassiale che si instaura all'interno del nucleo di conglomerato compresso. Negli elementi con sezione circolare confinati con spirali si hanno maggiori incrementi di resistenza e di duttilità rispetto a quelli degli analoghi elementi aventi staffe circolari e ancor più rispetto a quelli con sezione quadrata o rettangolare.

Più in generale si può affermare che i principali parametri che governano il fenomeno del confinamento sono: – la resistenza del calcestruzzo; – la forma della sezione trasversale e le dimensioni dell'elemento; – la disposizione delle armature longitudinali e trasversali e la loro resistenza; – la velocità di carico, ecc.

L'interesse crescente per i materiali ad alte prestazioni ed in particolare l'uso sempre più frequente dei calcestruzzi ad alta resistenza ha orientato le ricerche sulla rivisitazione dei concetti ben noti per i calcestruzzi di normale resistenza circa gli effetti di

confinamento indotti dalle armature sia in termini di resistenza che soprattutto in termini di duttilità.

In questo lavoro l'attenzione è rivolta al comportamento in compressione di pilastri di calcestruzzo ad alta resistenza con sezione trasversale circolare ed armati con barre longitudinali e trasversali. In particolare si propone un modello analitico per la determinazione delle curve tensione-deformazione in compressione in grado di tenere conto dell'influenza benefica delle armature longitudinali in accoppiamento con quelle trasversali (staffe o spirali) sul fenomeno del confinamento. Il modello, che non tiene conto della presenza del copriferro e degli effetti di scala, è quindi validato sulla base di recenti risultati sperimentali prodotti dagli autori e di quelli disponibili in letteratura ed è raffrontato con i risultati ottenuti con altri modelli. Infine si commentano alcune prescrizioni normative più comunemente usate in ambito internazionale, europeo e nazionale relative al confinamento.

2. Modelli disponibili in letteratura

Dal punto di vista teorico diversi modelli sono disponibili in letteratura per analizzare gli effetti del confinamento indotto dalle armature trasversali su elementi compressi realizzati con calcestruzzi di normale (NSC) ed alta resistenza (HSC). Con la maggior parte di essi (vedi ad esempio /1-9/) si valuta l'incremento di resistenza e di deformazione indotto dal confinamento passivo esercitato dalle armature trasversali e

* Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Palermo.

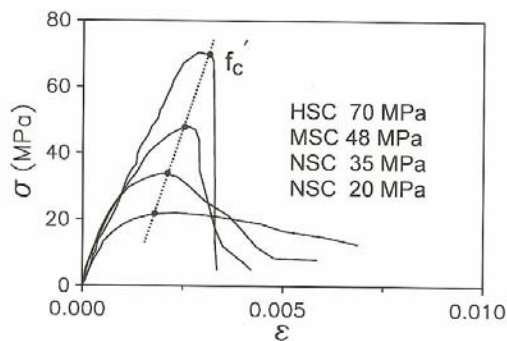


Fig. 1. Curve tensione-deformazione per cilindri compressi di calcestruzzo di diversa resistenza.

longitudinali e si fornisce un legame tensione-deformazione comprensivo della risposta post-picco. Da tali studi, che per la maggior parte tengono conto solo degli effetti di confinamento prodotti dalle armature trasversali, emerge che la presenza di staffe, in ragione della forma della sezione, della disposizione delle armature longitudinali e trasversali e della resistenza dell'acciaio, può produrre incrementi di resistenza e duttilità dipendenti in modo predominante dal tipo di calcestruzzo impiegato.

Conferme sperimentali delle precedenti osservazioni sono state ottenute dagli autori attraverso prove di compressione uniaxiale su provini cilindrici di calcestruzzo in presenza di armature trasversali di confinamento costituite da spirali. Alcuni risultati della sperimentazione condotta vengono qui presentati (vedi Fig. 1 e Fig. 2) per evidenziare gli effetti del confinamento anche dal punto di vista quantitativo.

Essi si riferiscono a provini cilindrici, di diametro 100 mm ed altezza 200 mm, rinforzati con spirali con passo 40 e 20 mm realizzate con acciaio in tondo liscio di diametro $\phi_s=4$ mm ed avente tensione di snervamento f_y di 520 MPa. In particolare in Fig. 1 si mostrano le curve tensione-deformazione su cilindri HSC e per confronto quelli relativi ad elementi di uguale dimensione, ma realizzati con calcestruzzo di normale resistenza, denominati NSC, e di media re-

sistenza, denominati MSC. Si evince dall'andamento delle curve, a conferma di quanto noto in letteratura, che all'aumentare della resistenza del calcestruzzo aumenta la deformazione di picco ed il modulo elastico iniziale anche se in modo non proporzionale alla resistenza, e soprattutto la risposta post-picco diventa più fragile.

In Fig. 2 si mostrano le analoghe curve relative ai provini con spirali per i due passi diversi (corrispondenti a rapporti volumetrici di armatura $\rho_s=0.03530$ e 0.01765) e per matrici di media ed alta resistenza rispettivamente indicate con MSC e HSC. Il rapporto volumetrico di armatura ρ_s è il rapporto tra il volume dell'armatura trasversale e quello del nucleo di calcestruzzo confinato ed è espresso dalla equazione:

$$\rho_s = \frac{4 \cdot A_s}{d_s \cdot s} \quad (1)$$

essendo A_s l'area della sezione trasversale della spirale, s il passo e d_s il diametro del cilindro misurato in asse spirale.

Dai diagrammi di Fig. 2 appare evidente l'azione indotta dalle staffe sia in termini di incremento di resistenza che di deformazione ultima, oltre che di duttilità misurata dalla pendenza del ramo post-picco. Risulta inoltre che uguali rapporti volumetrici di spirali producono effetti diversi al variare della resistenza della matrice, con effetti più marcati sulle matrici di minore resistenza. Ne deriva che, per avere uguali prestazioni in termini di incremento di resistenza e di duttilità, nelle matrici più fragili (HSC) si devono impiegare maggiori rapporti ρ_s o acciai con più alto limite di snervamento. Dall'andamento delle curve si evince inoltre che la deformazione ultima è quella corrispondente alla rottura delle spirali ed il suo valore è sensibile alla classe di resistenza del calcestruzzo.

La sintetica descrizione di alcuni risultati ottenuti sperimentalmente mostra l'importanza di modellare correttamente il comportamento del calcestruzzo sia nella fase a rigidità positiva sia, soprattutto, in quella post-picco, ponendosi una netta distinzione tra i modelli validi per matrici NSC da quelli validi per matrici HSC. I primi studi sul confinamento indotto dalle armature su calcestruzzi di normale resistenza presero spunto dalle ricerche di Richard et al. (1928) /1/, l'incremento

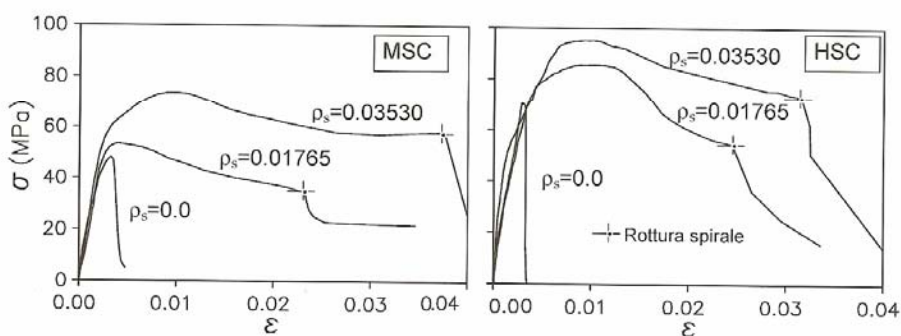


Fig. 2. Effetti di confinamento indotti da spirali su cilindri di calcestruzzo di media ed alta resistenza.

di resistenza, conseguente al confinamento del calcestruzzo, è valutato facendo riferimento ad un elemento in calcestruzzo soggetto ad una pressione laterale di tipo uniforme. Tale fenomeno può essere rappresentato dalla seguente equazione:

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 \cdot f_l \quad (2)$$

dove f_{cc} è la massima tensione nel calcestruzzo confinato dalla pressione laterale f_l ; f_{co} è la resistenza del calcestruzzo non confinato; k_1 è un coefficiente che dipende dalla composizione del calcestruzzo e dalla pressione laterale. Richart et al. (1928) /1/, in base a prove da loro effettuate assumono $k_1 = 4.1$.

L'Eq. (2) è ricavata assumendo che la pressione laterale di confinamento sia uniforme. Tuttavia essa si presta bene a rappresentare anche il caso di pressioni laterali di confinamento non uniformi indotte dalla presenza di armature trasversali discontinue.

Per gli elementi in calcestruzzo ad alta resistenza, confinati da armature trasversali, Saatcioglu e Razvi (1999) /2/, osservano che la Eq. (2) si può ancora impiegare ma una sostanziale differenza: k_1 non è una costante ma dipende coefficiente di Poisson ν_c assumendo valori bassi per alti valori di ν_c . Poiché valori alti di ν_c si raggiungono in prossimità della rottura, cioè quando la pressione laterale è massima, il coefficiente k_1 assume valori più bassi in corrispondenza di alti valori della pressione laterale.

Alcuni autori propongono semplici relazioni non lineari che correlano l'incremento di resistenza con la resistenza del calcestruzzo non confinato e con la pressione di confinamento nella forma:

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + k_1 \cdot \left(\frac{f_l}{f_{co}} \right)^{k_2} \quad (3)$$

con k_1 e k_2 indicate in Tabella 1 in accordo con i valori proposti dai vari autori.

Altri autori attraverso una regressione su dati sperimentali disponibili in letteratura, correlano k_1 ed f_l con delle relazioni non lineari. Ad esempio, Saatcioglu e Razvi (1999) /2/ propongono di adottare la seguente espressione:

$$k_1 = 6.7 \cdot f_l^{-0.17} \quad (4)$$

Nel seguito si mostrano alcuni modelli di confinamento ritenuti significativi per il calcestruzzo NSC e gli sviluppi che questi hanno avuto per l'HSC.

Tabella 1. Valori suggeriti per i coefficienti k_1 e k_2 della Eq. (3).

Autore	Tipo di calcestruzzo	Coefficienti	
		k_1	k_2
Richard et al. (1929) /1/	NSC	4.1	1
Cusson e Paultre (1995) /3/	HSC	2.1	0.7
Attard e Setunge (1996) /8/	HSC	2.254	0.632
Li e Ansari (2000) /9/	HSC	2.4305	0.6376
Bing et al. (2001) /10/	NSC	4.6	1
	HSC	2.7	1

Mander et al. (1988) /7/ valutano gli incrementi della massima resistenza in compressione e della duttilità di un calcestruzzo confinato, introducendo il concetto di «effettiva pressione laterale di confinamento» f_{lc} esercitata dall'armatura trasversale per diverse forme della sezione trasversale. Il concetto base che conduce al calcolo della f_{lc} è quello per cui tale azione si sviluppa su una parte di nucleo della sezione (area di calcestruzzo effettivamente confinato A_c), minore dell'area A_{cc} racchiusa dalla linea media delle staffe perimetrali A_c depurata dall'armatura longitudinale. Indicando con f_l la pressione laterale di confinamento assunta agente uniformemente su A_c , l'effettiva pressione di confinamento si valuta riducendo opportunamente il valore nominale f_l attraverso l'introduzione del coefficiente di confinamento $k_c = A_c/A_{cc} \leq 1$.

L'effettiva pressione laterale di confinamento è quindi fornita dalla seguente espressione:

$$f_{lc} = f_l \cdot k_c \quad (5)$$

Per elementi con sezione trasversale circolare ed in presenza di staffe circolari o spirali per il calcolo di k_c ed f_s , Mander et al. (1988) /7/ hanno ipotizzato che l'effettiva pressione laterale di confinamento, tra due staffe successive (sezione verticale), agisca secondo una superficie curva rappresentata da una parabola di secondo grado con tangente iniziale di 45°. Indicando con s' il passo delle staffe al netto dello spessore delle stesse e con ρ_{cc} il rapporto tra area dei ferri longitudinali e sezione del nucleo confinato:

$$k_c = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 \cdot d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad \text{e} \quad k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 \cdot d_s}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (6)$$

rispettivamente nel caso delle staffe e delle spirali.

La pressione laterale di confinamento è infine determinata in base a considerazioni di equilibrio su mezza sezione di calcestruzzo confinato, risultando, nell'ipotesi di staffe snervate:

$$f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_s \cdot f_y \quad (7)$$

con f_{yh} la tensione di snervamento delle staffe.

Per elementi in calcestruzzo HSC, Razvi e Saatcioglu (1999) /2/ osservano che la f_l è legata all'effettiva tensione agente sulla staffa all'atto della massima compressione sul calcestruzzo e che tale valore è in molti casi (specialmente quando si utilizzano acciai ad alto limite di snervamento) inferiore al valore di snervamento; pertanto, l'uso dell'Eq. (7) condurrebbe ad una sovrastima della pressione di confinamento. Razvi e Saatcioglu /2/ propongono pertanto di utilizzare ancora l'Eq. (7), sostituendo la tensione f_y con quella f_s , definita come:

$$f_s = E \cdot \left(0.0025 + 0.04 \cdot \sqrt[3]{\frac{k \cdot \rho_s}{f_{co}}} \right) \leq f_y \quad (8)$$

Con E modulo elastico dell'acciaio.

In Eq. (5) k_c è sostituito con k che è un coefficiente che tiene conto dell'efficacia della disposizione delle armature longitudinali e delle staffe sia in pianta che in altezza, espresso da:

$$k = 0.15 \cdot \sqrt{\left(\frac{d_s}{s}\right) \cdot \left(\frac{d_s}{s_r}\right)} \leq 1 \quad (9)$$

essendo s_r la distanza tra due barre longitudinali contigue.

Dalla Eq. (9) si evince che l'efficienza del confinamento dipende anche dalla presenza delle barre longitudinali. Tuttavia tale legame è espresso solo in termini di numero di barre mentre sperimentalmente è confermato che l'efficienza del confinamento è legata anche al diametro e alla resistenza delle stesse.

Per rappresentare l'intera risposta in compressione di un elemento di calcestruzzo NSC, un legame costitutivo tensione-deformazione (σ - ϵ) ben noto e consolidato è quello di Mander et al. (1988) /7/, basato sulla legge originariamente proposta da Popovics (1973) /8/ nella forma:

$$\sigma = \frac{f_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r} \quad (10)$$

con $x = \epsilon / \epsilon_{cc}$ ed ϵ_{cc} , deformazione assiale del calcestruzzo confinato corrispondente alla tensione f_{cc} , calcolata come:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \cdot \left[1 + 5 \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

Il coefficiente r è pari a $r = E_c / E_c(E_c - E_{sec})$, con $E_c = 5.000 \cdot \sqrt{f_{co}}$ [MPa] modulo di elasticità tangente del calcestruzzo ed $E_{sec} = f_{cc} / \epsilon_{cc}$ modulo secante. Questo modello pur essendo molto semplice poiché necessita della conoscenza di soli tre parametri (f_{cc} , ϵ_{cc} ed E_c), non riproduce bene il comportamento del calcestruzzo HSC, in quanto si basa sull'assunzione che la pressione di confinamento sia costante e pari a quella corrispondente allo snervamento delle staffe, anche per bassi livelli di deformazione. Inoltre Eq. (9) non è in grado di cogliere la fragilità del ramo post-picco, caratteristica dei calcestruzzi HSC.

Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ per calcestruzzi HSC adottano il ramo ascendente dell'Eq. (10) con le seguenti modifiche: - il modulo E_c è valutato con l'espressione $E_c = 6900 + 3320 \cdot \sqrt{f_{co}}$ [MPa]; - il valore di f_{te} è ottenuto sostituendo nell'Eq. (5) le Eqn. (1, 8 e 9):

$$f_{te} = 0.30 \cdot \frac{A_s}{d_s \cdot s} \quad (12)$$

$$\left[E \cdot \left(0.0025 + 0.04 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot \rho_c}{f_{co}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_s}{s}\right) \cdot \left(\frac{d_s}{s_r}\right)} \right) \right]$$

- per il calcolo della ϵ_{cc} è assunta un'espressione di natura semiempirica:

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \cdot \left[1 + 5 \cdot \frac{40}{f_{co}} \cdot \frac{k_1 \cdot f_{te}}{f_{co}} \right] \quad (13)$$

con k_1 fornito dall'Eq. (4) e ϵ_{co} definita da:

$$\epsilon_{co} = 0.0028 - 0.0008 \cdot \frac{40}{f_{co}} \quad [\text{MPa}] \quad (14)$$

Per il ramo discendente della risposta Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ propongono un legame σ - ϵ lineare, rappresentato da una retta che passa per il punto di coordinate ϵ_{cc} , f_{cc} , e per quello avente come ordinata il valore $0.2 f_{cc}$ e come ascissa la deformazione $\epsilon_{0.85}$ di seguito definita:

$$\epsilon_{0.85} = \epsilon_{co} + 0.0018 \cdot \left(\frac{40}{f_{co}} \right)^2 \quad [\text{MPa}] \quad (15)$$

Alla luce di quanto fino ad ora esposto, nel seguito si presenta un nuovo modello analitico che, a partire dai risultati ottenuti da Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ per calcestruzzi HSC, consente di trovare un legame σ - ϵ con un approccio di natura meccanica.

3. Modello proposto per il calcolo della pressione di confinamento equivalente

Si considera la colonna circolare di Fig. 3, trasversalmente armata con spirali o staffe disposte con passo

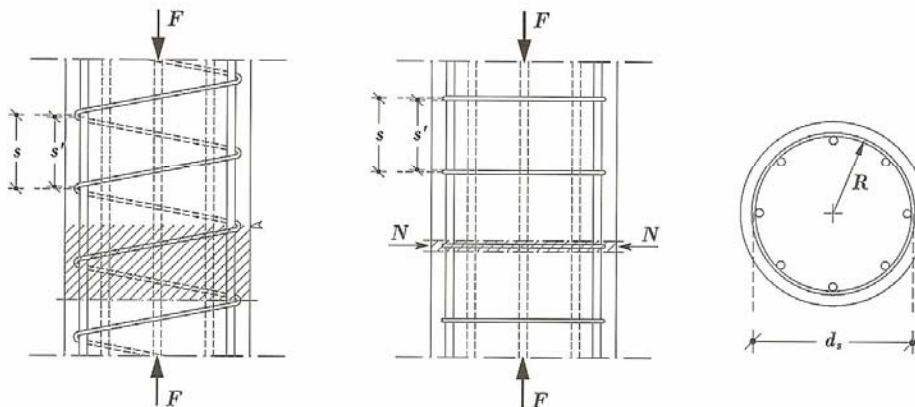


Fig. 3. Colonna circolare caricata assialmente: a) confinamento con spirale; b) confinamento con staffe.

s, di diametro ϕ_s ed area A_s , e ferri longitudinali distribuiti lungo il perimetro della sezione con interasse i , di diametro ϕ_l ed area A_l . Il confinamento in tale colonna deriva dal fatto che, se la colonna è caricata assialmente, essa si accorcia e si dilata con un'espansione laterale che è parzialmente impedita dalla presenza delle armature trasversali. Di conseguenza queste ultime trasmettono al nucleo una pressione di confinamento $f_{l(sp)}$, nel caso di spirali, e $f_{l(st)}$ nel caso di staffe, uniforme e diretta radialmente. Le barre longitudinali esercitano un'ulteriore azione di confinamento poiché trattenute durante l'espansione laterale dalle spirali (o dalle staffe).

Nel seguito, per determinare le pressioni di confinamento indotte dalle armature trasversali e dalle barre longitudinali si considera (vedi Fig. 3): – nel caso delle spirali, il volume di calcestruzzo compreso nel passo s ; – nel caso delle staffe, il cilindro di calcestruzzo di spessore pari a ϕ_s , utilizzando, in questo ultimo caso, il coefficiente proposto da Mau et al. (1998) /9/ per tenere in considerazione l'effetto di compartecipazione delle singole staffe nel tratto compreso tra due successive staffe.

3.1. Pressioni di confinamento indotte dalla sole armature trasversali

Per determinare la pressione di confinamento indotta dall'armatura trasversale sul nucleo di calcestruzzo (sia nella fase di comportamento elastico dell'acciaio che in fase di snervamento) si utilizzano le equazioni di equilibrio applicate alla porzione di calcestruzzo compresa all'interno dell'armatura trasversale e di altezza pari al passo della spirale (confinamento continuo) o al diametro della staffa nel caso della staffa. Unitamente alle precedenti si utilizzano anche le equazioni di congruenza applicate all'interfaccia spirale (staffa) – nucleo confinato. In questa analisi il carico è considerato imponendo una deformazione assiale ϵ .

3.1.1. Effetto delle spirali

Impiegando le equazioni di equilibrio relativamente alla mezza sezione di Fig. 4a avente raggio $R=d_s/2$ con

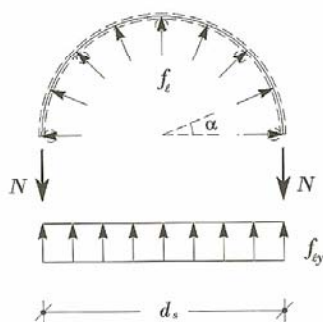


Fig. 4. Condizioni di equilibrio della sezione trasversale e pressioni di confinamento.

d_s diametro del nucleo confinato, misurato tra i baricentri delle sezioni dell'armatura trasversale, è possibile esprimere la pressione $f_{l(sp)}$ in funzione della forza N sulla spirale:

$$2 \cdot s \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{l(sp)} \cdot \cos \alpha \cdot R \cdot d\alpha = 2 \cdot N \quad (16)$$

da cui:

$$f_{l(sp)} = \frac{N}{R \cdot s} \quad (17)$$

Utilizzando le equazioni di congruenza all'interfaccia spirale-nucleo è possibile esprimere N , e di conseguenza la $f_{l(sp)}$ tramite la Eq. (17), in funzione delle caratteristiche fisico-meccaniche degli elementi coinvolti. Tali equazioni si scrivono a seguito delle seguenti osservazioni: considerando il cilindro soggetto alla deformazione assiale ϵ , se fosse libero di espandersi lateralmente subirebbe una dilatazione radiale δ_s ; se si considera il cilindro soggetto ad una pressione esterna $f_{l(sp)}$, subirà una contrazione laterale δ_c (Fig. 4b). Pertanto, considerando il volume di calcestruzzo compreso nel passo s , per la congruenza la dilatazione della spirale δ_s è pari allo spostamento radiale δ_r dovuto all'effetto Poisson meno la contrazione del cilindro δ_c dovuta alla pressione di confinamento $f_{l(sp)}$: $\delta_s = \delta_r - \delta_c$.

La deformazione radiale δ_r pari a quella circonferenziale per simmetria, si calcola con la seguente espressione:

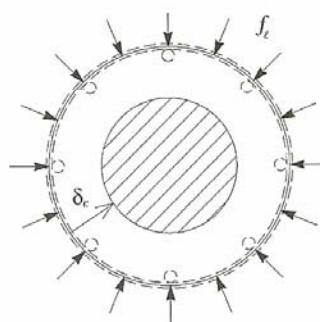
$$\delta_r = \nu_c \cdot \epsilon \cdot R \quad (19)$$

con ν_c coefficiente di Poisson.

Da semplici considerazioni è possibile calcolare δ_s come differenza tra la lunghezza della spirale deformata e quello della spirale indeformata:

$$\delta_s = R \cdot \frac{N}{E \cdot A_s} \quad (20)$$

essendo il modulo dell'acciaio pari ad E se in fase elastica ed E_h se in fase incrudita. Questo ultimo si calcola, assunti f_u , f_y , ϵ_u ed ϵ_y le tensioni di rottura e di snervamento dell'acciaio della staffa e le rispettive deformazioni, con la seguente espressione:



$$E_h = \frac{f_u - f_y}{\varepsilon_u - \varepsilon_y} \quad (21)$$

Per il calcolo di δ_c si considera che un cilindro di raggio R soggetto a pressione radiale unitaria ha rigidità assiale pari a:

$$k_r = \frac{E_c}{R \cdot (1 - \nu_c)} \quad (22)$$

e quindi la contrazione δ_c del cilindro dovuta alla pressione di confinamento è pari a:

$$\delta_c = f_{r(sp)} \cdot \frac{R \cdot (1 - \nu_c)}{E_c} \quad (23)$$

Sostituendo nella Eq. (23) l'Eq. (17) risulta:

$$\delta_c = \frac{N}{s} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c} \quad (24)$$

Sostituendo nella Eq. (18) le Eqn. (19, 20, 24) è possibile ricavare lo sforzo normale N al variare della dilatazione assiale sulla colonna nella forma:

$$N = \frac{\nu_c \cdot \varepsilon}{4} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c \cdot \pi \cdot \phi_s^2 + s \cdot R \cdot E_c} \quad (25)$$

Infine, sostituendo l'Eq. (25) nella Eq. (17) si ricava:

$$f_{r(sp)} = \frac{\nu_c \cdot \varepsilon}{4} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c \cdot \pi \cdot \phi_s^2 + s \cdot R \cdot E_c} \cdot \frac{1}{R \cdot s} \quad (26)$$

da tali espressioni si evince che lo sforzo nella spirale e quindi la pressione di confinamento $f_{r(sp)}$ dipendono dal livello di accorciamento della colonna e dalle caratteristiche di rigidità dell'acciaio ($E \cdot \phi_s$) oltre che di quelle del calcestruzzo ($R \cdot E_c$) nonché dal valore di ν_c .

3.1.2. Effetto delle staffe

Procedendo in modo analogo a quanto fatto per le spirali, è possibile ricavare nel caso delle staffe circolari lo sforzo normale N al variare della deformazione ε . La sostanziale differenza è che il volume considerato ai fini dell'equilibrio e della condizione di congruenza è quello compreso nello spessore della staffa. Pertanto, ripetendo le considerazioni di equilibrio relative alla sezione in Fig. 4a si ricava la pressione $f_{r(st)}$ in funzione della forza N sulla staffa:

$$f_{r(st)} = \frac{N}{R \cdot \phi_s} \quad (27)$$

L'espressione di δ_c assume la forma:

$$\delta_c = \frac{N}{\phi_s} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c} \quad (28)$$

Imponendo la congruenza espressa dalla Eq. (18) ed utilizzando le Eqn. (19, 20, 28) si ricava l'espressione dello sforzo normale sulla staffa:

$$N = \frac{\nu_c \cdot \varepsilon}{4} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c \cdot \pi \cdot \phi_s^2 + \phi_s \cdot R \cdot E_c} \quad (29)$$

Infine, sostituendo l'Eq. (29) nella Eq. (27) si ricava:

$$f_{r(st)} = \frac{\nu_c \cdot \varepsilon}{4} \cdot \frac{(1 - \nu_c)}{E_c \cdot \pi \cdot \phi_s^2 + \phi_s \cdot R \cdot E_c} \cdot \frac{1}{R \cdot \phi_s} \quad (30)$$

Anche in questo caso valgono le considerazioni fatte nel caso delle spirali e cioè che le precedenti espressioni dipendono direttamente dalle caratteristiche fisico-mechaniche dei materiali acciaio e calcestruzzo.

Occorre infine osservare che la pressione di confinamento determinata con l'Eq. (30) è valutata nel piano della staffa. Si propone pertanto un valore medio nel passo s definito come:

$$\bar{f}_{r(st)} = f_{r(st)} \cdot \lambda \quad (31)$$

essendo λ il coefficiente proposto da Mau et al. (1998) /9/ espresso da:

$$\lambda = 1 - 0.575 \cdot \frac{s}{R} \quad (32)$$

3.2. Pressioni di confinamento indotte dalle spirali (staffe) e dalle barre longitudinali

Al fine di valutare l'influenza complessiva dell'armatura trasversale e longitudinale sul confinamento del nucleo di calcestruzzo si è fatto riferimento al modello semplificato di Fig. 5.

Il modello considera le barre longitudinali come travi su letto di molle indipendenti il cui parametro di rigidità è pari a quella radiale del cilindro (Eq. 22) per l'area di influenza della barra pari a $i = 2\pi R/n$ con n numero delle barre longitudinali. La trave è soggetta ad una distorsione impressa nei punti di contatto tra staffe e ferri longitudinali pari a δ_s .

L'equazione di governo della trave su appoggi cedevoli uniformemente diffusi è:

$$w(x) = \delta_r + A \cdot \cosh \beta x \cdot \cos \beta x + B \cdot \sinh \beta x \cdot \sin \beta x + C \cdot \sinh \beta x \cdot \cos \beta x + D \cdot \cosh \beta x \cdot \sin \beta x \quad (33)$$

con β parametro che dipende dalla rigidità relativa nucleo confinato - barra longitudinale espresso da:

$$\beta = \frac{1}{\phi_l} \cdot \sqrt[4]{\frac{32 \cdot E_c}{n \cdot E \cdot (1 - \nu_c)}} \quad (34)$$

Assunto il sistema di riferimento con l'asse delle ascisse coincidente con l'asse delle barre e avente origine nella sezione s/2 e tenendo conto delle condizioni di simmetria, l'Eq. (33) si semplifica nella seguente espressione:

$$w(x) = \delta_r + A \cdot \cosh \beta x \cdot \cos \beta x + B \cdot \sinh \beta x \cdot \sin \beta x \quad (35)$$

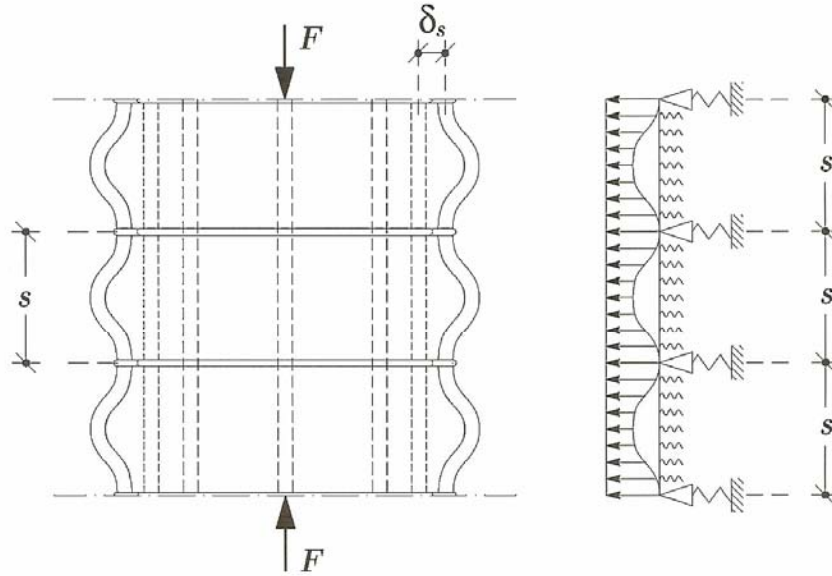


Fig. 5. Modello di calcolo per il confinamento indotto dall'armatura trasversale e longitudinale.

Per il calcolo delle costanti A e B sono state imposte, in corrispondenza della sezione di estremità ($x = \pm s/2$) definita dalla posizione della staffa, le seguenti condizioni al contorno: lo spostamento della barra è pari alla spostamento radiale della staffa; la rotazione della barra è nulla che si traducono nelle seguenti condizioni analitiche:

$$w(x) \Big|_{x = \pm s/2} = \delta_s; \quad \frac{dw(x)}{dx} \Big|_{x = \pm s/2} = 0 \quad (36)$$

Dalle quali si ricava:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -2 \cdot (\delta_r - \delta_s) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) + \cosh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right)}{\sinh(\beta \cdot s) + \sin(\beta \cdot s)} \\ B = 2 \cdot (\delta_r - \delta_s) \cdot \frac{\sinh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) - \cosh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right)}{\sinh(\beta \cdot s) + \sin(\beta \cdot s)} \end{array} \right. \quad (37)$$

Pertanto, per $-s/2 \leq x \leq s/2$ è possibile trovare nel passo s l'andamento della pressione di confinamento $f_r(x)$ dovuta alla presenza della spirale (staffa) e delle barre longitudinali attraverso l'espressione:

$$f_r(x) = k_r \cdot [\delta_r - w(x)] \quad (38)$$

3.3. Pressione di confinamento equivalente

Il problema è stato ulteriormente semplificato riferendosi ad una pressione media equivalente f_{rc} agente sulla superficie del cilindro determinata ad ogni passo di carico come valore medio della risultante delle pressioni di confinamento. L'azione risultante di confinamento esercitata dalle spirali (staffe) e dalle barre

longitudinali è stata ricavata integrando l'Eq. (38) nel tratto s. In definitiva si ottiene:

$$f_{rc} = \frac{2}{s} \cdot \int_0^{s/2} f_r(x) \cdot dx = -\frac{k_r}{s \cdot \beta} \quad (39)$$

$$\cdot \left[(A + B) \cdot \cosh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) + (A - B) \cdot \cos\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \cdot \sinh\left(\frac{\beta \cdot s}{2}\right) \right]$$

Occorre tener presente che le barre longitudinali sono soggette a compressione con sforzo proporzionale alla rigidità assiale e ad un carico trasversale che, in assenza di copriferro, ne favorisce lo sbandamento.

Vanno quindi accertate durante il processo di carico, le condizioni di stabilità per effetto combinato della flessione e dello sforzo normale, tenendo conto che l'instabilità può coinvolgere un tratto di barra di lunghezza maggiore del passo s (Vedi /10/).

4. Approccio incrementale proposto per la determinazione delle curve tensione-deformazione

Si è adottato il legame costitutivo tensione-deformazione ($\delta - \epsilon$) proposto da Sargin /11/, in quanto questo risulta valido anche per elementi in calcestruzzo HSC come mostrato in un recente lavoro di La Mendola e Papia /12/. Tale legame ha espressione:

$$\frac{\sigma}{f_{cc}} = \frac{A \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} + (D - 1) \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}}\right)^2}{1 + (A - 2) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} + D \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}}\right)^2} \quad (40)$$

In cui $A = E_{cc} / E_{sec}^*$, $E_{sec}^* = f_{cc} / \epsilon_{cc}$, mentre D è un parametro che governa la pendenza del ramo post-picco

del calcestruzzo non confinato. In tale lavoro D si è assunto, in accordo con le evidenze sperimentali, pari a 1.1 per cogliere la caratteristica di fragilità del calcestruzzo ad alta resistenza.

Si sottolinea, prima di passare alla descrizione dell'approccio incrementale proposto per il calcolo della curva σ - ϵ , che tutte le grandezze determinate dipendono dal coefficiente di Poisson ν_c e dal modulo elastico E_c del calcestruzzo. Pertanto, è necessario conoscere le leggi di variazione di ν_c e di E_c al variare della deformazione assiale ϵ .

Con riferimento alla legge di variazione di ν_c con la deformazione assiale ϵ , in accordo con il modello proposto da Amir and Sami (2001) /13/, si può assumere:

$$\nu_c = \nu_0 \cdot \left[1 + \left(1.914 + \frac{f_{cc}}{f_{co}} + 0.719 \right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \right] \quad (41)$$

Essendo ν_0 il coefficiente di Poisson iniziale assunto pari a 0.20.

Considerando una relazione tensione-deformazione non lineare si è assunto il modulo secante di elasticità E_c variabile ad ogni incremento di deformazione con valore iniziale pari a quello iniziale E_{co} del calcestruzzo non confinato.

In particolare per la determinazione dell'intero legame δ - ϵ del calcestruzzo confinato si è adottata la seguente procedura passo-passo: - si assegna un valore iniziale di ϵ_1 ; - si assume E_{co} ; - si calcola ν_c con la Eq. (41); - si calcolano δ_r e K_r con le Eqn. (19) e (22); - usando l'Eq. (25) se siamo in presenza di spirali o l'Eq. (29) se siamo in presenza di staffe si calcola lo sforzo normale N nell'armatura trasversale; - attraverso l'equazione di congruenza (18) si ricava lo spostamento laterale della spirale (o staffa); - calcolato β con la Eq. (34) si ricava, usando la Eq. (39), la pressione media equivalente f_{cc} ; - applicando la Eq. (13) e le Eq. (3) e (4), valide per i HSC, si ricavano la deformazione ϵ_{cc1} e la tensione massima f_{cc1} del cls confinato; - attraverso il legame fornito dall'Eq. (40) si trova il primo punto ϵ_1 , σ_1 della curva tensione-deformazione.

Quando la deformazione assiale si incrementa da ϵ_1 a ϵ_2 per determinare il punto ϵ_2 , δ_2 , il calcestruzzo è trattato come un nuovo materiale con modulo secante $E_{c1} = \sigma_1 / \epsilon_1$. Quindi per generare ϵ_k , σ_k si assume che a tale passo il modulo secante è quello calcolato al passo precedente ($E_{ck} = \sigma_{(k-1)} / \epsilon_{(k-1)}$). Infine si sottolinea che ad ogni incremento di carico viene effettuato un controllo sullo sforzo normale N nell'armatura trasversale per verificare se l'acciaio si trova in fase elastica o in fase di snervamento.

Al fine di validare il modello proposto è stato eseguito un confronto teorico-sperimentale considerando le curve sperimentali ricavate da Campione (2002) /14/ (vedi Fig. 6) e da Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ (vedi Fig. 7) /2/. Relativamente a queste ultime si sono presi in considerazione i provini indicati dall'autore con le sigle CC-17 e CC-14 che sono caratterizzati dalla presenza di sole spirali e di spirali con barre longitudinali. Tali provini presentano caratteristiche analoghe ($d_s = 222.50$ mm; $f_{co} = 92$ MPa; armatura trasversale costituita da spirali $\phi_s = 7.5$ mm poste ad un passo $s = 60$

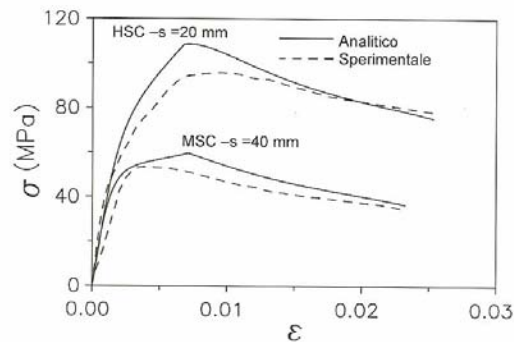


Fig. 6. Confronto teorico-sperimentale per elementi compressi in presenza di spirali (dati di Campione, 2002) /14/.

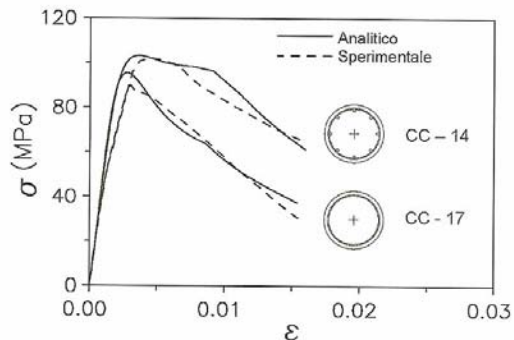


Fig. 7. Confronto teorico-sperimentale per elementi compressi in presenza di spirali e/o di armature longitudinali (dati di Razvi e Saattcioglu, 1999) /2/.

mm con tensione di snervamento $f_y = 1000$ MPa) e si differenziano per il fatto che il provino CC-14 presenta, come già detto, oltre alla spirale anche un'armatura aggiuntiva costituita da 8 barre longitudinali di diametro 16 mm.

Il confronto tra i risultati teorici e sperimentali mostra che il modello proposto riesce ad interpretare il comportamento di elementi in calcestruzzo ad alta resistenza confinato con armature in acciaio di diversa resistenza, includendo anche gli effetti delle armature longitudinali.

Inoltre il modello è in grado anche di cogliere il valore della deformazione assiale del calcestruzzo in corrispondenza del primo snervamento delle armature trasversali come risulta dalla Fig. 8 in cui è mostrato il confronto teorico-sperimentale tra la variazione della deformazione sulla staffa e la deformazione assiale della colonna sempre con riferimento ai risultati sperimentali rilevati da Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ (provino CC-12: $d_s = 222.50$ mm, $f_{co} = 92$ MPa; spirali $\phi_s = 7.5$ mm, $s = 60$ mm, $f_y = 1000$ MPa; armatura longitudinale costituita da 8 barre da 16 mm).

In Fig. 9 si riporta la variazione dell'incremento di pressione effettiva di confinamento adimensionalizzata rispetto alla resistenza del calcestruzzo non confinato in funzione del rapporto meccanico di armatura trasver-

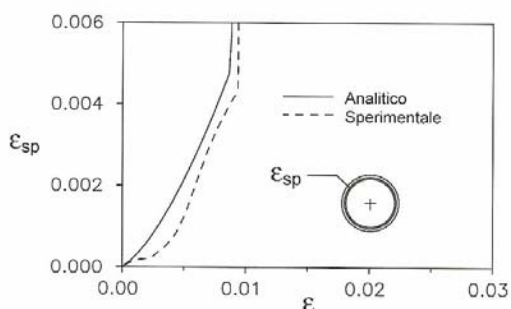


Fig. 8. Confronto teorico-sperimentale per la variazione della deformazione sulla spirale in funzione di quella assiale sulla colonna (dati di Razvi e Saattcioglu, 1999) /2/.

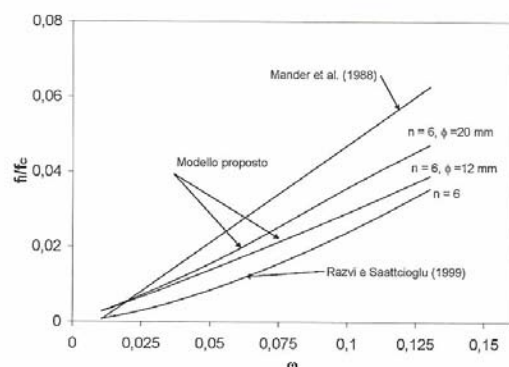


Fig. 9. Variazione dell'incremento di pressione effettiva di confinamento in funzione del rapporto meccanico di armatura.

sale, quest'ultimo definito come $\omega = \rho_s \cdot f_y / f_{co}$. In particolare le curve riportate si riferiscono ai modelli di Razvi e Saattcioglu (1999) /2/, di Mander et al. (1988) /7/ ed al modello proposto nel presente lavoro.

Nel modello di Mander et al. (1988) /7/ si è tenuto conto della diversa classe di resistenza del calcestruzzo assumendo per k_1 un valore che varia linearmente con f_{co} ed in accordo con i valori proposti da Bing et al. (2001) /6/ (vedi Tabella 1) secondo la seguente relazione:

$$k_1 = 4.8 - 0.02 \cdot f_{co} \quad 30 \leq f_{co} \leq 100 \text{ [MPa]} \quad (42)$$

Invece con il modello proposto si è assunto di considerare nelle Eqn. (25, 26) la deformazione massima pari a ϵ_{co} , (vedi Eq. 14), il modulo del calcestruzzo pari a quello secante del calcestruzzo non confinato (E_{sec}^*) e ν_c pari a 0.5. Sempre secondo il modello proposto, l'incremento di resistenza è valutato con l'Eq. (3), ma deducendo f_{fe} con la Eq. (39).

Il caso cui si riferisce in Fig. 9 è quello di una colonna di diametro $D=250$ mm armata con spirali di acciaio di diametro 8 mm con tensione di snervamento 460 MPa. Nella colonna si sono considerate anche 6 barre longitudinali di diametro 12 e 20 mm, rispettivamente.

Come si evince dalla Fig. 9 con il modello di Mander et al. (1988) si tiene in conto solo dell'effetto delle armature trasversali, con quello di Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ si sono anche considerate le barre longitudinali che intervengono solo con il numero complessivo, mentre con il modello proposto si riesce a mettere in conto anche l'effetto del diametro delle barre longitudinali.

5. Principali riferimenti normativi ed osservazioni conclusive

Diverse normative (nazionali, europee ed internazionali) hanno recepito quanto detto in precedenza sugli effetti di confinamento indotto dalle armature in acciaio, fornendo regole progetto e di dettaglio con prescrizioni sulle percentuali minime di armatura e sulla geometria da rispettare al fine di conseguire doti di resistenza e di duttilità.

Con riferimento alla simbologia adottata in Fig. 10, che si riferisce ad un pilastro circolare con armature longitudinali e spirali di confinamento, occorre osservare che secondo le norme americane ACI 318-02 (2002) /15/ l'armatura longitudinale complessiva di area A_s da disporre nell'area della sezione trasversale A_c deve avere rapporto geometrico $\rho = \frac{A_s}{A_c}$ compreso tra 1 e 8%.

Nelle stesse norme si indica il rapporto geometrico minimo di spirali dato dalla seguente relazione:

$$\rho_{s \min} = 0.45 \cdot \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \cdot \frac{f_{co}}{f_y} \quad (43)$$

essendo A_{cc} l'area della sezione trasversale riferita al diametro misurato esternamente alla spirale.

Infine, sempre secondo le norme americane nei pilastri circolari occorre disporre almeno 6 barre longitudinali.

Per le colonne, l'Eurocodice 8 /16/, in funzione delle classi di duttilità previste ed indicate in Tabella 2, fissa le percentuali meccaniche minime di armatura trasversale $\omega_{wd, \min}$ da adottare nelle regioni critiche. Fissa inoltre il valore minimo $m_{1/r}$ del fattore di duttilità di curvatura convenzionale e lo sforzo normale adimensionale massimo ν_{\max} .

In funzione dei parametri anzidetti la norma Europea /16/ fissa un limite sul rapporto meccanico di armatura trasversale nella forma:

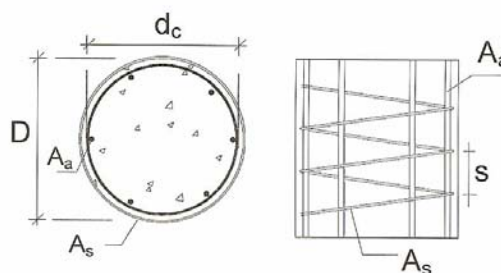


Fig. 10. Schema geometrico armatura e sezione trasversale.

Tabella 2. Valori di riferimento per il calcolo della duttilità locale secondo EC8.

Classe	Simbolo	$\mu_{1/r}$	$\omega_{wd, min}$	v_{max}	k_0
alta	DC-H	13	0.130	0.55	55
media	DC-M	9	0.090	0.65	60
bassa	DC-L	5	0.065	0.75	65

Tabella 3. Classificazione dei calcestruzzi in funzione della resistenza cubica caratteristica R_{ck} .

Classe di resistenza	R_{ck} (N/mm ²)	Classe di impiego
Molto bassa	$5 < R_{ck} \leq 15$	Per strutture in conglomerato cementizio non armato o a bassa percentuale di armatura
Bassa	$15 < R_{ck} \leq 30$	Per strutture semplicemente armate
Media	$30 < R_{ck} \leq 55$	Per strutture precomprese o semplicemente armate
Alta	$55 < R_{ck} \leq 85$	Per strutture precomprese e/o semplicemente armate

$$\alpha \cdot \omega_{wd} \geq k_o \cdot \mu \cdot v \cdot \varepsilon_{yd} \cdot \left(0.35 \cdot \frac{A_s}{A_s} + 0.15 \right) \cdot 10 \cdot \varepsilon_{cu} \quad (44)$$

Essendo $\omega_{wd} = \rho_s \cdot f_{yd} / f_{cd}$ in funzione delle resistenze di calcolo del calcestruzzo f_{cd} e dell'acciaio f_{yd} ,

$$\omega_{wd} \geq \omega_{wd, min} \quad (45)$$

$$\text{con } \varepsilon_{cu} = 0.0035, \quad \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{e } v = 0.5 \cdot v_{max}$$

Secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni /17/, di recente introdotte in Italia, si possono adottare per usi strutturali calcestruzzi di normale, media ed alta resistenza secondo la classificazione della Tabella 3 con la relativa classe di impiego. Si può tenere conto, con il metodo di verifica allo stato limite, dell'aumento di resistenza dovuto al confinamento solo nel caso dei pilastri cerchiati e rispettando determinate condizioni di seguito riportate.

Sempre secondo il testo unico, si tiene conto della maggiore deformazione di picco e della fragilità dei calcestruzzi ad alta resistenza incrementando i valori dello 0.2 e 0.35% del diagramma convenzionale di calcolo del calcestruzzo compresso (relativi ad elementi di resistenza molto bassa, bassa e media) a 0.24 e 0.27 % per calcestruzzi ad alta resistenza.

In Fig. 11 si mostra la variazione delle deformazioni ε_0 ed $\varepsilon_{0.85}$ dedotte con le Eqn. (14 e 15) in funzione della resistenza cilindrica. Nello stesso grafico si riportano anche i valori suggeriti dal testo unico. Si osserva che nel grafico i valori di resistenza cubica date dal testo unico sono stati convertiti in valori di resistenza cilindrica mediante il fattore sperimentale di 0.83 per il calcestruzzo di normale resistenza e di 0.90 per quello ad alta resistenza.

Il confronto mostra la buona rispondenza dei valori assunti dal testo unico, sia per i calcestruzzi di normale che di alta resistenza.

Per quanto concerne le prescrizioni sulle percen-

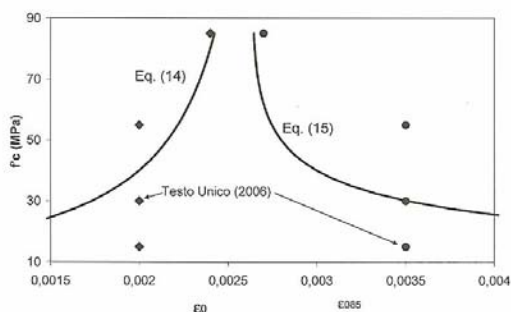


Fig. 11. Variazione di ε_0 ed $\varepsilon_{0.85}$ secondo il Testo Unico e le Eq. (14) ed Eq. (15).

tuali e sulla disposizione delle armature nei pilastri, nel testo unico si prescrive di disporre barre di diametro minimo di 12 mm con interasse non maggiore di 300 mm. Per strutture progettate in zona sismica ρ deve essere compreso tra 1 e 4%. L'interasse delle staffe (o spirali) non può essere maggiore di 10 volte il diametro minimo delle barre longitudinali ϕ_s con un massimo di 250 mm; inoltre, le staffe devono essere disposte ad interasse non maggiore di 5 volte ϕ_s e con un massimo di 100 mm e per una distanza dalla sezione di momento flettente massimo pari a 0.33 volte la distanza tra le sezioni di momento flettente massimo e minimo. Infine il diametro delle staffe non deve essere minore di 8 mm e di 1/3 del diametro massimo delle barre longitudinali ϕ_l .

Ai fini degli effetti di incremento di resistenza legati al confinamento il testo unico, al punto 5.1.2.1.9, (*Indicazioni specifiche relative ai pilastri*), tratta esplicitamente i pilastri cerchiati con spirali (elementi prevalentemente compressi) e li classifica come elementi armati con barre longitudinali disposte lungo una circonferenza e racchiuse da una spirale di passo s non maggiore di 1/5 del diametro dal nucleo cerchiato d_c (vedi Fig. 10). Se si rispettano tali condizioni la resistenza allo stato limite del pilastro è pari alla somma di quella della sezione di conglomerato del nucleo moltiplicata per un coefficiente di modello pari a 1.3 e di quella dell'acciaio longitudinale snervato. C'è comunque da osservare che se si vuole un incremento della resistenza del calcestruzzo non confinato pari ad 1.3 (o superiore) è necessario relazionare tale incremento con tutti i parametri significativi ai fini del confinamento.

Se si seguono solo le indicazioni del testo unico, vale a dire si adottano spirali con passo il più piccolo valore tra $d_c/5$ e $5 \phi_l$ (con $\phi_l = 12$ mm), con diametro $\phi_s = 8$ mm e per esempio si considera acciaio avente tensione di snervamento $f_y = 460$ MPa si vede che l'incremento di 1.3 è subordinato anche alla resistenza del calcestruzzo, al numero e al diametro delle barre longitudinali, oltre che alle dimensioni dell'elemento. Per mostrare ciò in Fig. 12 si riporta per una colonna di diametro $D = 250$ mm (armata seguendo le prescrizioni del testo unico per i pilastri cerchiati) l'incremento di resistenza f_{cc}/f_{co} in funzione

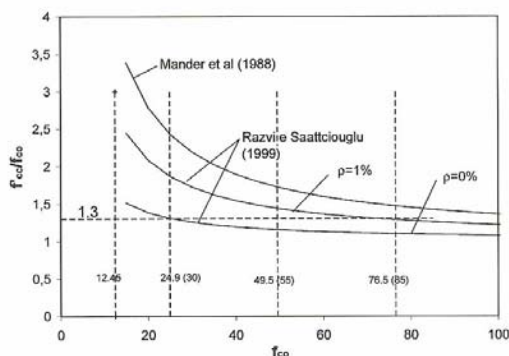


Fig. 12. Incremento di resistenza per confinamento indotto in colonna con spirale ϕ_8 mm passo min ($d_s/5$ e $5 \phi_1$) con $f_y=460$ MPa: a) $D=250$

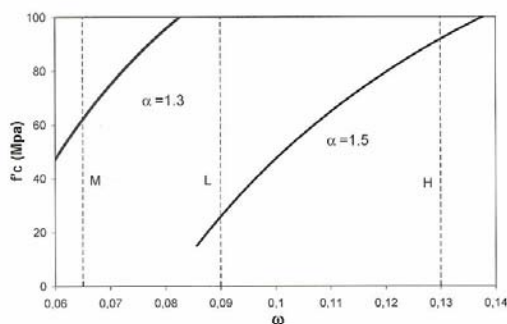


Fig. 13. Variazione del rapporto meccanico di armatura trasversale con f_{co} per assegnato incremento di resistenza del nucleo confinato ($\alpha=1.3$ e $\alpha=1.5$).

della classe di resistenza f_{co} e per rapporti geometrici ρ di 0 e 1 %. Le curve riportate sono state ricavate sia con i modelli di Mander et al. /7/ che con quello proposto da Razvi e Saattcioglu /2/. In particolare il modello /7/ è stato impiegato scegliendo per k_1 la Eq. (42). La scelta dei due modelli è essenzialmente legata al fatto che il primo (modello di Mander et al. 1988) /7/ è anche utilizzato dall'Eurocodice 8 /15/ per la determinazione delle pressioni effettive di confinamento, mentre quello di Razvi e Saattcioglu (1999) /2/ è uno dei pochi che tiene conto della presenza delle armature longitudinali ed è di immediata implementazione. Dall'andamento dei grafici si evince che per i calcestruzzi ad alta resistenza per ottenere incrementi di resistenza pari a 1.3 è strettamente necessario: - infittire il passo delle spirali al di sotto dei valori suggeriti dal testo unico; - aumentare il diametro delle spirali; - includere anche l'effetto di confinamento indotto dalle armature longitudinali. Adottando il modello di Mander et al (1988) /7/ con k_1 fornito dall'Eq. (42), ed imponendo un prefissato incremento di resistenza (ad esempio 1.3) è possibile stabilire un legame tra il diametro della spirale ed i seguenti parametri: - resistenza dei materiali; - diametro della colonna; - passo della spirale; - per-

centuale meccanica di armatura minima richiesta per avere tale incremento.

Infatti tenendo presente che:

$$A_{st} = \omega_{st} \cdot \frac{f_{co}}{f_y} \cdot \frac{s \cdot d_s}{2} \quad (46)$$

e che di conseguenza il diametro della spirale è pari a:

$$\phi_s = \sqrt{\omega_{st} \cdot \frac{f_{co}}{f_y} \cdot \frac{2 \cdot s \cdot d_s}{\pi}} \quad (47)$$

Utilizzando la Eq. (2) con le Eqn. (6 e 7) risulta:

$$\beta = \frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + \frac{1}{f_{co}} \cdot k_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot A_{st}}{s \cdot d_s} \right) \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot d_s} \right) \quad (48)$$

Fissando quindi il passo delle staffe come il più piccolo valore tra $d_s/5$ e $5 \phi_1$ e considerando un incremento di resistenza pari a 1.3 risultano le due equazioni:

$$1 + k_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot A_{st}}{s \cdot d_s} \cdot \frac{f_y}{f_{co}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \right) = 1.3 \quad (49)$$

$$1 + k_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot A_{st}}{s \cdot d_s} \cdot \frac{f_y}{f_{co}} \right) \cdot \left(1 - \frac{5 \cdot \phi_1}{d_s} \right) = 1.3 \quad (50)$$

Da cui il rapporto meccanico di armatura minimo richiesto per avere incremento di resistenza ad esempio pari a 1.3.

$$\omega_{st} = \min \left[\frac{0.33}{4.8 - 0.02 \cdot f'_c}; \frac{0.3}{4.8 - 0.02 \cdot f_{co}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{5 \cdot \phi_1}{d_s} \right)} \right] \quad (51)$$

In Fig. 13 si riporta la variazione di ω_{st} con la resistenza f_{co} per incrementi di resistenza di 1.3 e di 1.5. Nello stesso grafico si riportano anche i valori minimi del rapporto meccanico di armatura trasversale suggeriti da Eurocodice 8 /15/ in funzione delle classi di resistenza del calcestruzzo.

Dall'andamento del grafico si vede la sensibilità della quantità di armatura trasversale (necessaria per ottenere la prestazione richiesta) con la classe di resistenza del calcestruzzo.

Se per fissato incremento di resistenza di 1.3 si adotta come passo delle staffe il valore $d_s/5$ risulta la seguente relazione che correla il diametro della spirale con le resistenze dei materiali:

$$\phi_s = d_s \cdot \sqrt{\frac{1}{124 - 0.517 \cdot f_{co}}} \cdot \sqrt{\frac{f_{co}}{f_y}} \quad (\text{in mm}) \quad (52)$$

Dalla Eq. (52) si evince che il diametro della spirale è sensibile, per fissato passo e per assegnato livello prestazionale, oltre che al diametro del nucleo cerchiato anche alle resistenze dei materiali.

Infine la portanza del pilastro può calcolarsi come somma del contributo del nucleo confinato calcolato con il modello di Mander et al. (1988) /7/ tenendo conto della Eq. (42) e dei ferri longitudinali supposti snervati pervenendo alla seguente espressione di verifica o di progetto:

$$N_u = f_{co} \cdot \left[1 + \frac{1}{f_{co}} \cdot (4.8 - 0.02 \cdot f_{co}) \cdot \left(\frac{2 \cdot A_s}{s \cdot d_s} \right) \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot d_s} \right) \right] \cdot A_{cc} + A_1 \cdot f_y \text{ in [MPa]} \quad (54)$$

Bibliografia

- /1/ Richart F.E., Brandtzaeg A., Brown R.L., The failure of plain and spiral reinforced concrete in compression. *Engineering Experiment Station*, 1929; Bulletin N. 190, University of Illinois, Urbana, USA.
- /2/ Razvi S., Saatcioglu M., Confinement model for high-strength concrete. *ASCE, Journal of Struct. Engng.*, 1999; 125 (3): 281-288.
- /3/ Cusson D., Paultre P., Stress-strain model for confined high-strength concrete. *Journal of Struct. Engng. ASCE*, 1995; 121 (3): 468-477.
- /4/ Attard M.M., Setunge S., Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. *ACI Materials Journal*, 1996; 93 (5): 432-442.
- /5/ Li Q., Ansari F., High-strength concrete in triaxial compression by different sizes of specimens. *ACI Materials Journal*, 2000; 97 (6): 684-689.
- /6/ Bing L., Park R., Tanaka H., Stress-strain behaviour of high-strength concrete confined by ultra-high and normal-strength transverse reinforcements. *ACI Structural Journal*, 2001; 98 (3): 395-406.
- /7/ Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R., Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Struct. Engng. ASCE*, 1988; 114 (8): 1804-1826.
- /8/ Popovics S., A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and Concrete Res.*, 1973; 3 (5): 583-599.
- /9/ Mau S.T., Elwi Alaa E., Zhou Si-Zhu, Analytical study of spacing of lateral steel and column confinement. *Journal of Struct. Engng. ASCE*, 1998; 124 (3): 262-269.
- /10/ Papia M., Russo G., Zingone G., Instability of longitudinal bar in rc columns. *ASCE, Journal of Struct. Engng.*, 1988; 114 (2): 393-419.
- /11/ Sargin M., Stress-strain relationship for concrete and the analysis of structural concrete sections. *Solid Mechanics Division*, 1971; University of Waterloo, Ontario.
- /12/ La Mendola L., Papia M., General stress-strain model for concrete or masonry response under uniaxial cyclic compression. *Structural Engineering and Mechanics*, 2002; 14 (4): 435-454.
- /13/ Amir Z.F., Sami H.R., Confinement model for axially loaded concrete confined by circular fiber-reinforced polymer tubes. *ACI Structural Journal*, 2001; Title n. 98-S43: 451-461.

- /14/ Campione G., On the behavior of high-performance concrete in compression. *Studi e Ricerche*, 2002; V. 23, Scuola di Specializzazione in Costruzioni in C.A. Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano, Italia: 67-89.
- /15/ ACI Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-02). 2002; American Concrete Institute, Detroit, Michigan.
- /16/ Eurocode 8. Structures in seismic regions. *European Committee for Standardization (CEN)*, ENV 1998.
- /17/ Norme tecniche per le costruzioni, Allegato al voto n. 35/2005 dell'assemblea Generale del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici del 30 marzo 2005.

Lista dei simboli

A_s	area sezione trasversale spirale
A_1	area complessiva dei ferri longitudinali
A_c	area lorda della sezione trasversale della sezione di conglomerato
A_n	area netta della sezione di conglomerato
D	diametro esterno colonna
d_s	diametro nucleo confinato in asse spirale
E_c	modulo elastico del conglomerato
E	modulo elastico dell'acciaio
f_{cd}	tensione di calcolo del conglomerato
f_{yd}	tensione di calcolo dell'acciaio
f_y	tensione di snervamento sperimentale delle armature
f_{c0}	resistenza cilindrica a 28 giorni del conglomerato non confinato
f'_c	pressione di confinamento
ϕ_s	diametro staffe o spirali
ϕ_l	diametro armature longitudinali
ρ_s	percentuale volumetrica spirale
ρ	rapporto geometrico armatura longitudinale
s	passo staffe o spirali
ϵ_{c0}	deformazione massima conglomerato corrispondente ad f_{c0}
v_{max}	sforzo normale massimo adimensionale
$\omega_{wd, min}$	percentuale meccanica minima di armatura trasversale spirali
$\mu_{1/r}$	fattore di duttilità di curvatura convenzionale