

Il controllo dinamico delle strutture: dalle esperienze di Padre Alfani sulla Torre di Palazzo Vecchio alle attuali tecniche di monitoraggio a distanza

Prof. Ing. Paolo Spinelli

Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Firenze

1 Le esperienze di Padre Guido Alfani sulla torre di Palazzo Vecchio a Firenze

Nel 1904 sulla rivista di Fisica, Matematica e Scienze Naturali di Pavia Padre Guido Alfani, dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, ebbe a illustrare alcune esperienze fatte sulla Torre di Palazzo Vecchio a Firenze (Figura 1).

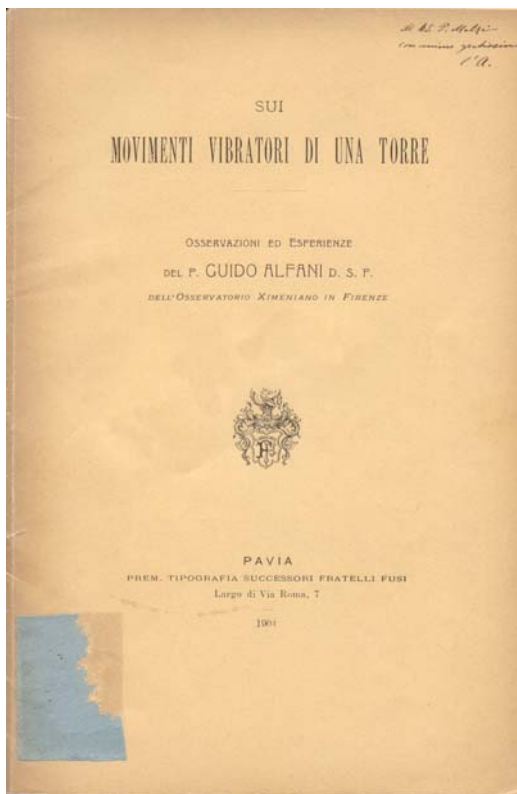


Figura 1: copertina pubblicazione di Padre Alfani, crollo del campanile di S. Marco a Venezia avvenuto il 14 Aprile 1902

La "Torre Mirabile" che risale al 1300 opera di Arnolfo di Cambio è descritta dalle parole di F. Moisé, riportate da Padre Alfani: "si ritiene da tutti per sorprendente ardimento e per magistero sommo di arte lo avere Arnolfo per slargare la sua torre laddove comincia a sovrastare alle mura del Palazzo, posato in falso il lato anteriore o faccia di quella sulle mensole del ballatoio e con

tanta perizia di statica da avere sfidato l'urto dei secoli e non avere sofferto mai pel continuo oscillamento delle grosse campane che quasi in ogni tempo vi sono state” . Padre Alfani era stato interpellato in seguito al crollo improvviso del Campanile di San Marco a Venezia, avvenuto il 14 Aprile 1902 (Figura 1), “dubitarono i reggitori del Comune di Firenze, che l’urto quotidiano recato alla Torre di Arnolfo dal colpo di cannone annunziante il mezzogiorno, non dovesse nel progresso del tempo recarle danno”.

A distanza di oltre cento anni il lavoro di Padre Alfani oltre a leggersi volentieri, ricco com'è di riferimenti alle sensazioni e alle emozioni dello sperimentatore, si può considerare precursore ai moderni metodi di monitoraggio strutturale.

Per svolgere gli studi Padre Alfani accede al più alto ballatoio della Torre¹ in corrispondenza delle colonne della cella campanaria e osserva attraverso strumenti ideati e preparati allo scopo per individuare le oscillazioni della Torre.

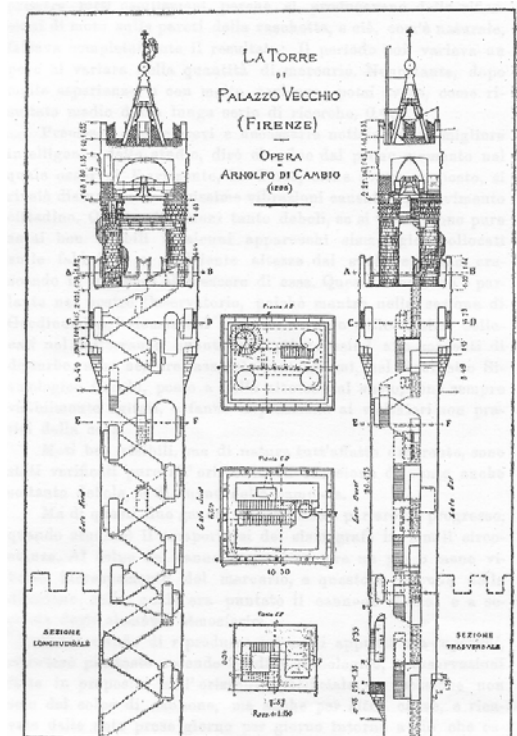


Figura 2: Torre di Arnolfo, vista da P.zza della Signoria e sezione della torre

È interessante osservare innanzitutto quali sono gli strumenti di analisi utilizzati dal Padre Alfani: Il primo è un “orizzonte artificiale”, ovvero una vaschetta di cristallo circolare di diametro 11.5 cm riempita di mercurio che *“come è noto ha grandissima facilità ad incresparsi alla superficie”*. Mentre il secondo è un sismografo semplificato composto essenzialmente da una massa libera di oscillare la cui estremità è collegata ad una leva, che ha la funzione di registrare e amplificare le impercettibili vibrazioni della massa.

¹ “L’altezza della Torre dalla piazza è circa m. 94, e dal punto che si stacca dal palazzo m. 45.30”.

Le prime osservazioni, eseguite con l'orizzonte artificiale, sono distinte da Padre Alfani in "vibrazioni" e in "oscillazioni" e individuate essenzialmente per l'ampiezza del periodo, brevissimo per le prime, che non investono tutta la massa ma solo la superficie superiore del mercurio, e più ampio sulle seconde che invadono tutta la massa del mercurio. Questa prima serie di osservazioni porta inoltre lo studioso a distinguere diverse cause dei movimenti della torre:

- Il "movimento cittadino" dovuto essenzialmente ai veicoli (carri e carrozze) che transitano in piazza della Signoria², che induce delle brevissime "trepidazioni" all'orizzonte artificiale.
- L'onda d'urto provocata dal colpo di cannone di mezzogiorno³.
- Il suono delle campane che portava ad "oscillazioni" la massa di mercurio.
- Il vento che causava delle oscillazioni sensibili sull'orizzonte di mercurio

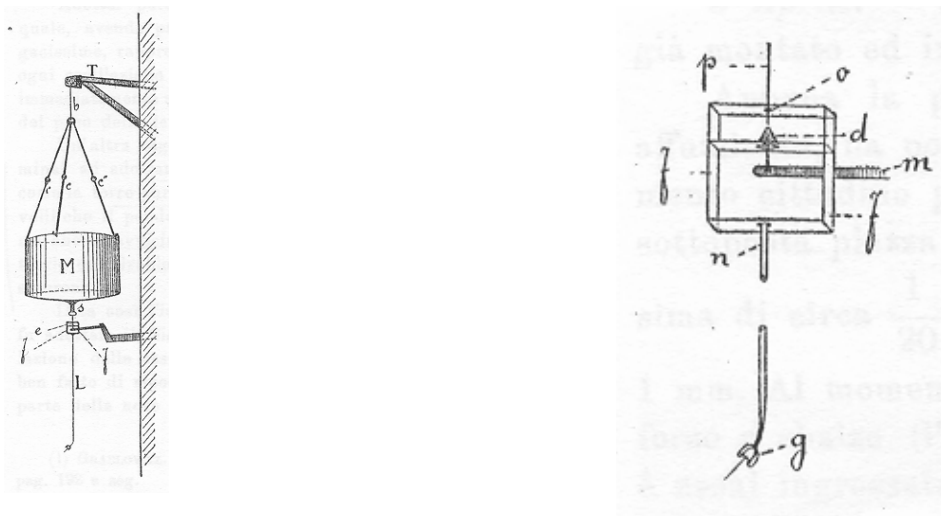


Figura 3: sismografo semplificato utilizzato da Padre Alfani e particolare della leva che amplifica le oscillazioni

Dopo questa prima campagna di prove (Alfani ne dà un resoconto giorno per giorno dal 28 Marzo 1903 al 2 Aprile dello stesso anno), lo studioso mette a punto un sismografo semplificato che consiste in un pendolo collegato con un sistema di leve per ampliare le oscillazioni de pendolo. Così la massa cilindrica pendolare di circa 18 kg, sospesa dalle 3 catene c, c', c'' (Figura 3) oscilla e trasmette gli spostamenti ad un telaietto imperniato sul punto fisso d legato al una delle mensole m . All'estremità g vi è una leggerissima penna che con la punta di vetro traccia le oscillazioni ingrandite su un pezzo di carta affumicata. Il rapporto di ingrandimento $(gd)/(od)$ è pari a 50.

Nei giorni successivi fino al 9 maggio seguente Padre Alfani registra con il sismografo semplificato diversi fenomeni.

² "se il passaggio dei rotabili si effettuasse su di un piano perfettamente levigato, essi non darebbero vibrazione alcuna o al più piccolissima e incapace di esser manifestata da uno strumento, ma correndo essi invece su di una superficie tutt'altro che levigata, ad ogni ostacolo che essi incontrano trasmettono al suolo urto non indifferente, più o meno obliquo e che sta in rapporto con la pesantezza del veicolo e con la sua velocità".

³ Per non far avvenire contemporaneamente il colpo di cannone e il suono della campana, quest'ultimo, a mezzogiorno, era stato ritardato di cinque minuti, al cosiddetto "rintocco" e portava a vibrazioni assai vive, rapidissime che duravano per vari secondi.

- Il fenomeno delle vibrazioni dovute al movimento cittadino. Esso risulta provocare una trepidazione dello strumento che arriva a tracciare una linea grossa e ha spessore pari a 1 mm (invece di quella esilissima di 1/20 mm propria della punta di vetro);
- Il fenomeno del suono della campana che fa registrare un'ampiezza del movimento di circa 22 mm di ampiezza picco picco (Padre Alfani usa il termine ampiezza indicando la distanza sull'asse delle ordinate fra un picco e la successiva valle ovvero il doppio della ampiezza propriamente detta delle oscillazioni ovvero);
- Il fenomeno del colpo di cannone che porta a vibrazioni rapidissime e ad un sussulto della penna non rilevato dallo strumento di misura;
- Le oscillazioni più forti sono comunque dovute al vento che nel caso del giorno 8 Aprile spirò fortissimo ad una velocità registrata di 20 m/sec. Il vento portò ai massimi valori di oscillazioni rilevate (semi ampiezza massima dell'escursione 42 mm).

Nelle pagine successive Padre Alfani procede a quella che si può definire una identificazione strutturale cercando di individuare il periodo proprio della torre e le accelerazioni massime a cui essa era soggetta. Per quanto riguarda il periodo di un moto oscillatorio, lo studioso lo definisce come: *“la metà del tempo impiegato da una particella che vibra o che oscilla per ritornare allo stesso punto dal quale essa era partita”*, e quindi il periodo definito da Padre Alfani risulta la metà di quello propriamente definito oggi.

Senza entrare nel merito di tutti i ragionamenti dello studioso, è interessante ripercorrere alcuni passi fatti dallo studioso che offre una esemplare lucidità di pensiero tecnico. Padre Alfani riassume così i periodi naturali delle oscillazioni:

- Semi periodo proprio della torre in occasione del vento 1.38 s;
- Semi periodo proprio della torre in occasione della campana 1.2 s. Vale solo la pena di osservare come il periodo della torre rilevato sotto l'eccitazione della campana non sia il periodo proprio essendo il moto armonico della torre non libero ma forzato e che quindi vengono a coincidere il semi periodo proprio della campana (1.17 s) e della torre come tra l'altro fatto osservare dallo stesso Padre Alfani⁴.

Lo studioso passa dall'ampiezza degli spostamenti risultanti dall'esperienza all'ampiezza delle accelerazioni massime conseguenti, si passa dall'ampiezza degli spostamenti risultanti all'ampiezza delle accelerazioni con la formula valida per il moto sinusoidale: $A = 4\pi^2 a / T_0^2$ dove: a rappresenta l'ampiezza massima delle oscillazioni espressa in mm e T_0 il relativo tempo periodo di oscillazione.

⁴ *“Quando un sistema pendolare di breve periodo è posto in moto con la forza applicata gradatamente e con periodo più lento del proprio, esso si uniforma al periodo più lento. Per tale ragione dunque, il sismografo nel nostro caso si deflette dalla verticale con lo stesso periodo della torre, e così pure il mercurio dell'orizzonte si mette in moto di massa con lo stesso periodo del sismografo come infatti è stato verificato”*.

Secondo lo studioso infatti la grandezza significativa per il cemento strutturale è non tanto l'ampiezza degli spostamenti ma l'accelerazione della struttura.

Sotto il moto cittadino l'ampiezza picco picco registrata è di 1 mm circa ovvero ridotta dell'amplificazione strutturale si riduce a 0.02 mm. Padre Alfani considera insignificante tale causa e ritiene che *“l'estremo libero della torre non possa mettersi in vera e propria oscillazione in conseguenza delle vibrazioni ora considerate, come si dimostra anche sperimentalmente nei corsi di fisica per le lamine elastiche, perché per ottenere ciò sono necessarie queste due condizioni: che la sorgente vibratoria sia sufficientemente energica rispetto alla massa del corpo che deve essere posto in oscillazione, e che la durata avvenga per molto tempo. Nel nostro caso non esiste né l'una né l'altra di queste due condizioni, e perciò non potranno avvenire oscillazioni dietro a simile causa.”*.

Per quanto riguarda le oscillazioni provocate dall'onda d'urto del colpo di cannone⁵ fa le seguenti considerazioni: la forza applicata è impulsiva e causa spostamenti (fugace trepidazione) di circa 1/10 di mm di escursione che ridotta dell'amplificazione porta ad una ampiezza picco picco di 0.002 mm. Padre Alfani non si ferma però a questo valore dello spostamento che essendo un ordine di grandezza molto minore di quello del movimento cittadino poteva far escludere influenza del cannone ma approfondisce l'argomento dicendo *“certamente che questo valore è molto piccolo, molto inferiore a quello ottenuto pel movimento cittadino; tuttavia si deve ben tenere presente il principio, che quello che costituisce la causa di danno in un fabbricato che riceve una spinta, non è tanto l'ampiezza di questo movimento, quanto l'accelerazione. Si danno infatti dei casi, per citare un esempio di terremoti molto ampi e pochissimo intensi, perché i loro valore di accelerazione è piccolissimo, mentre all'incontro, si hanno terremoti di piccolissima ampiezza lineare tuttavia forti, perché il loro valore di accelerazione è molto grande. Ciò porta al calcolo dell'accelerazione max di 0.004 m/s² derivata dalla stima del periodo pari a 1/10 di secondo (effettuata sulla base della sua esperienza). “Valore che è veramente bassissimo e dà un buon fondamento per credere che la torre per conseguenza del cannone non possa essere danneggiata.”*

Per quanto riguarda l'effetto della campana Padre Alfani determina sotto questa azione un valore erroneo di ampiezza accelerazione pari a 3.28 mm/s² (che in realtà risulta di 6.08 mm/s²). Anche tale causa sia pure con un ragionamento non appropriato è ritenuta non pericolosa per la torre. *“Questo valore è troppo piccolo per essere percepito direttamente dai sensi, come infatti l'esperienza dimostra, e neppure è capace di poter produrre danni alla costruzione perché le*

⁵ Il pezzo di artiglieria che viene scaricato normalmente al mezzogiorno, è un cannone di antico modello di calibro 150 che viene caricato con kg. 1.200 di polvere nera, e, come abbiamo visto nella 2° parte venne orientato diversamente nel corso delle varie esperienze.

oscillazioni della campana essendo ritmiche e sincronizzando con la torre la pongano gradatamente in moto di massa, mettendo così in funzione l'elasticità totale della torre medesima". Infine il vento che causa l'accelerazione di 16.8 mm/s^2 diventa quindi la causa più importante di eccitazione. (Padre Alfani per il breve periodo di osservazione non aveva naturalmente potuto sperimentare l'azione sismica che costituisce in effetti data la massa della torre l'azione dominante). Sorprende comunque la precisione, il rigore e l'amore per la scienza e l'esperienza che conduce Padre Alfani ad un trattato che, al di là di alcune concezioni superate dallo sviluppo della scienza, costituisce in riferimento a quel modo di ragionare che anche oggi andrebbe seguito, compreso da tutti gli ingegneri.

2 Tecniche di monitoraggio strutturale

Nell'ingegneria delle strutture moderna, la tecnica di monitoraggio dinamico (di cui quella di padre Alfani è una delle prime esperienze più documentate) hanno assunto sempre una maggiore importanza. Il monitoraggio delle strutture consiste nell'eguire prove sufficientemente complete e accurate, capaci di rilevare il comportamento meccanico delle strutture e allo stesso tempo non penalizzarne la funzionalità e l'efficienza. A questo proposito le prove di tipo dinamico, associate a tecniche di identificazione strutturale, possono svolgere un ruolo di fondamentale importanza, procurando un numero maggiore di informazioni rispetto alle classiche prove di tipo statico e quindi rilevando quei segnali che indicano l'insorgere di possibili fenomeni di danneggiamento o comportamento anomalo. Tali prove, ripetute nel tempo, permettono di pronunciarsi sull'evoluzione della sicurezza strutturale e programmare interventi di manutenzione e restauro.

I risultati di una corretta sperimentazione dinamica rappresentano anche una base di riferimento per costruire modelli numerici in grado di riprodurre le risposte sperimentali misurate. In generale i risultati ottenuti dal modello teorico di una struttura non ne rispecchiano il reale comportamento, sia per la difficoltà di simulare i legami costitutivi dei materiali e le condizioni al contorno, sia per le difformità dal progetto a causa di modifiche intercorse in fase di realizzazione e durante l'esercizio. Se si è in possesso di informazioni sul comportamento reale della struttura, il modello teorico può essere corretto in modo da riprodurre le differenze fra la struttura stessa e il modello. Le tecniche alla base di queste correzioni vengono dette di "Model Updating". Il modello corretto, può diventare un valido strumento di progettazione qualora si voglia prevedere l'effetto di modifiche strutturali o variazioni delle azioni sollecitanti. Il modello numerico aggiornato in fasi di progressivo danneggiamento può essere utilizzato per la localizzazione del danno strutturale attraverso le analisi delle correzioni apportate. Nonostante l'aggiornamento sia possibile anche

attraverso prove sperimentali di tipo statico, l'esaustività della sperimentazione dinamica la rende particolarmente vantaggiosa.

Per contro è necessario un impegnativo lavoro di analisi a posteriori e l'impiego di avanzate tecniche di identificazione strutturale. Essa si può considerare la soluzione del problema inverso rispetto a quello che si affronta nella progettazione: nota la risposta e le azioni a cui è soggetta la struttura si ricercano le sue caratteristiche meccaniche.

Le modalità di esecuzione delle prove e le tecniche di analisi devono essere definite in funzione del tipo di struttura in esame e delle caratteristiche da determinare.

Le tecniche di monitoraggio dinamico vengono suddivise sulla base della sperimentazione specifica eseguita, essendo questo l'aspetto che più di tutti, le caratterizza si introduce allora la seguente suddivisione:

- a) **Con forzante armonica.** Applicazione di una forza eccitante sinusoidale attraverso una macchina con due masse ruotanti eccentriche (vibroдина). Si varia la frequenza della forza e si rileva l'accelerazione ovvero la velocità ovvero gli spostamenti ovvero in alternativa si ricava il diagramma degli spostamenti attraverso una doppia integrazione. Si costruisce il diagramma dell'ammortamento meccanica si ricava quindi la frequenza naturale n_0 che è posizionata vicino al suo massimo, in corrispondenza della frequenza per cui fase della forza eccitata e fase dello spostamento risposte sono in quadratura (ossia sfalsate di 90°);
- b) **Con sollecitazione random.** Applicazione di forza eccitante "random" ⁶ dovuta all'eccitazione ambientale quale il vento per le strutture snelle, o il passaggio di automezzi per le infrastrutture stradali. Questo tipo di eccitazione ha il vantaggio di non richiedere l'interruzione dell'esercizio dell'opera. Si ricava il diagramma degli spostamenti e la densità

⁶Un processo "random" ovvero stocastico è caratterizzato dalla cosiddetta "densità spettrale" (di potenza) del processo. Per approfondire il concetto di densità spettrale occorre passare attraverso la decomposizione del segnale in serie di Fourier, ovvero arrivare a decomporre il segnale in una "sommatoria" di sinusoidi di diversa frequenza e differente ampiezza. Il vettore delle ampiezze delle sinusoidi darà conto del "contenuto in frequenza" del segnale. Se la decomposizione avviene per un numero infinito di sinusoidi si passa da una sommatoria ad un integrale (integrale di Fourier) e da un vettore di ampiezze ad una funzione continua che è per l'appunto la funzione densità spettrale. Il contenuto in frequenza del segnale fra la frequenza n_1 e n_1+dn è per l'appunto costituito dall'area sottesa della curva "densità spettrale" fra n_1 e n_1+dn si può dimostrare infatti che:

$$S(n)dn = \sigma_{y(n,n+dn)}^2 ; \int_{-\infty}^{\infty} S(n)dn = \sigma_y^2 \text{ ove } \sigma_y^2 \text{ è la varianza del processo } y \text{ (} \sigma \text{ è la standard deviation) ovvero che}$$

l'area sottesa dalla curva densità spettrale è proprio la varianza della funzione random. Pertanto una funzione densità spettrale che porti una serie di picchi denota che il contenuto in frequenza del segnale presenta alcune frequenze dominanti (in corrispondenza dei picchi) che costituiscono in massima parte alla varianza del processo.

spettrale. Si ricava quindi i “picchi” della densità spettrale ovvero in alternativa si “contano” i picchi nel diagramma degli spostamenti. Quindi si ricava la frequenza propria n_0 dal “conto” diretto dei picchi ovvero dai massimi della densità spettrale

Prendendo ad esempio un viadotto stradale e assumendo che il transito dei veicoli costituisca un sistema di azioni in grado di eccitare tutto il campo delle possibili frequenze della struttura, le caratteristiche dinamiche della struttura (frequenze proprie, smorzamenti e deformate modali) possono essere determinate analizzando la risposta strutturale (accelerazioni rilevate sulla struttura) mediante tecniche di analisi e trattamento numerico dei segnali digitalizzati, senza conoscere in modo dettagliato l'azione eccitante. Le misure dinamiche in condizioni di esercizio, a cui si fa riferimento in questo tipo di indagine, consentono di ottenere un numero rilevante di informazioni.

I parametri meccanici stimati con questa metodologia permettono di:

- determinare le proprietà elastiche della struttura (nota la geometria del sistema e quindi la massa);
 - identificare la struttura con un modello teorico, convalidato mediante confronto con i risultati sperimentali;
 - valutare l'effettivo comportamento dei vincoli e il loro grado di efficienza;
 - individuare eventuali dissimmetrie di comportamento, sintomo di possibili danneggiamenti locali;
- c) **Con forza impulsiva ovvero partendo da una configurazione deformata.** Si applica un impulso ovvero si fa partire il sistema da una condizione iniziale perturbata facendo oscillare la struttura e registrando gli spostamento o accelerazioni (oscillazioni libere smorzate⁷). Dal conteggio dei picchi ovvero dallo studio della funzione densità spettrale si

⁷ Il fattore di smorzamento può essere determinato sperimentalmente con il metodo del decremento logaritmico ossia misurando l'ampiezza decrescente di oscillazioni successive. Si consideri infatti l'oscillazione libera di un sistema con smorzamento inferiore a quello critico ($\xi < 1$) e periodo T presi due istanti di tempo corrispondenti a due massimi consecutivi il rapporto tra l'ampiezza delle oscillazioni risulta:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_0 e^{-\xi \omega_n t_1} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t_1 - \varphi_0)}{x_0 e^{-\xi \omega_n (t_1+T)} \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} (t_1+T) - \varphi_0)} = \frac{e^{-\xi \omega_n t_1}}{e^{-\xi \omega_n (t_1+T)}} = e^{\xi \omega_n T} \text{ si definisce decremento logaritmico:}$$

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \xi \omega_n T = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{ per valori piccoli di } \xi (< \text{di } 0.4) \text{ si ottiene } \delta \cong 2\pi\xi. \text{ Se si considerano, anziché due}$$

oscillazioni successive, n oscillazioni successive, si ottiene:

ricava la frequenza naturale e il fattore dello smorzamento della struttura. Si può in questo caso ricavare anche il valore del fattore di smorzamento del sistema.

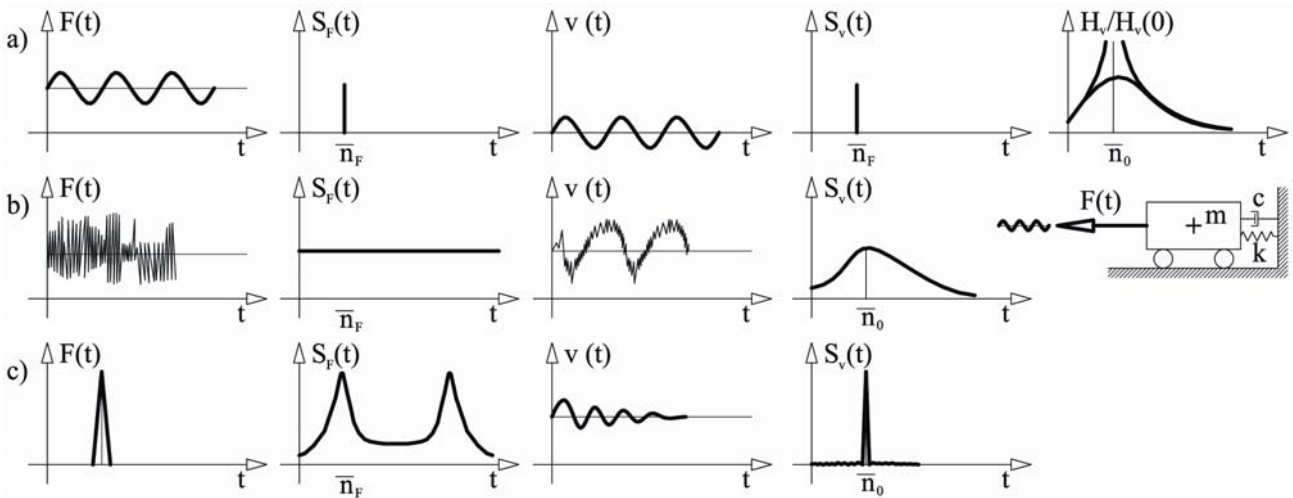


Figura 4: schema delle tecniche di monitoraggio: a) con forzante armonica, b) con sollecitazione “random” naturale (vento o traffico), c) con una forza impulsiva ovvero partendo da una configurazione deformata e misurandole oscillazioni libere smorzate.

La frequenza naturale è legata direttamente alla rigidezza del sistema e una sua anomalia rispetto ai risultati sperimentali evidenzia eventuali anomalie e differenti rigidezze del sistema che possono essere causate dal degrado. Il monitoraggio della frequenza naturale dà conto dello “stato di salute del sistema” e una sua variazione può essere legata a fenomeni di degrado strutturale. Lo stesso si può dire del parametro dello smorzamento che è legato anch’esso a possibili stati di degrado del sistema. Nella Figura 4 si è indicato in modo schematico le tecniche di monitoraggio e si è indicato con $F(t)$ l’intensità della forza variabile con il tempo, con $S_F(t)$ la densità spettrale della forza con $V(t)$ l’intensità delle velocità con $S_V(t)$ lo spettro della velocità e con $H_V(t)$ l’ammettenza meccanica (il cui significato è spiegato in Appendice) e con n_0 la frequenza propria della struttura.

3 Esempi di monitoraggio strutturale sulle torri

3.1 Torre di Arnolfo

Risulta interessante confrontare i risultati ottenuti da Padre Alfani con quelli ricavati dagli studi sulla Torre di Arnolfo del Prof. Andrea Chiarugi e riportati in [1]. Lo scopo prefissato della

$\frac{x_1}{x_{n+1}} = \frac{x_1}{x_2} \frac{x_2}{x_3} \frac{x_3}{x_4} \dots \frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{n\xi\omega_n T}$ il cui logaritmo naturale vale $\ln \frac{x_1}{x_{n+1}} = n\xi\omega_n T = n\delta$ in definitiva risulta

$\left(\ln \frac{x_1}{x_{n+1}} \right) \frac{1}{n} = \delta$. In conclusione, se si riesce a misurare in via sperimentale il rapporto $\frac{x_1}{x_{n+1}}$ è poi possibile risalire al

fattore di smorzamento.

sperimentazione era la determinazione dei parametri modali della torre, a tal fini gli autori hanno condotto due tipi di analisi sulla base delle vibrazioni libere indotte dal vento, e sulle base delle vibrazioni forzate con eccitatore meccanico (vibrochina). I risultati dello studio sono riassunti in Tabella 1.

	Periodo	Frequenza	Smorzamento	Direzione
Modo n. 1	2.04 s	0.49 Hz	3 ÷ 4 %	Normale alla facciata
Modo n. 2	1.28 s	078 Hz	3 ÷ 4 %	Parallela alla facciata
Modo n. 3	0.56 s	1.80 Hz	3 ÷ 4 %	Normale alla facciata

Tabella 1: periodi propri della Torre di Arnolfo

3.2 Torre Grossa di San Gimignano

La Torre Grossa San Gimignano si innalza per 54 m sul fianco sinistro del Palazzo del Popolo o Palazzo del Nuovo Podestà a S. Gimignano (in provincia di Siena) e fu eretta nel 1300.



Figura 5 : Torre Grossa di S. Gimignano (Siena) eretta nel 1300.

Il Dipartimento di Ingegneria Civile ha realizzato una campagna di prove sperimentali sia per l'analisi del comportamento della torre sia per la caratterizzazione meccanica della muratura a sacco di cui è composta. [2].

Le prove sperimentali in situ effettuate nell'analisi del comportamento della Torre Grossa in San Gimignano sono essenzialmente consistite in prove di natura dinamica. Date infatti le dimensioni del monumento risulta praticamente impossibile procedere attraverso prove di tipo "statico", vista l'entità delle forze (ed il loro difficile posizionamento) che dovrebbero essere utilizzate. Dall'analisi

dei segnali registrati, si ricavano informazioni circa la situazione “globale” della struttura, permettendo l’identificazione di alcuni parametri di fondamentale importanza. In particolare è possibile identificare il grado di “vincolo” offerto dagli edifici adiacenti attraverso la forma propria di vibrazione (ossia del modo in cui la struttura “oscilla” sotto l’azione della forza applicata), nonché altre caratteristiche meccaniche (quali lo smorzamento e le frequenze proprie di oscillazione) che caratterizzano la struttura nel suo insieme. Le forze che vengono applicate sono di modestissima entità e, normalmente, sono di natura “armonica”, in quanto variabili nel tempo con una forma sinusoidale.

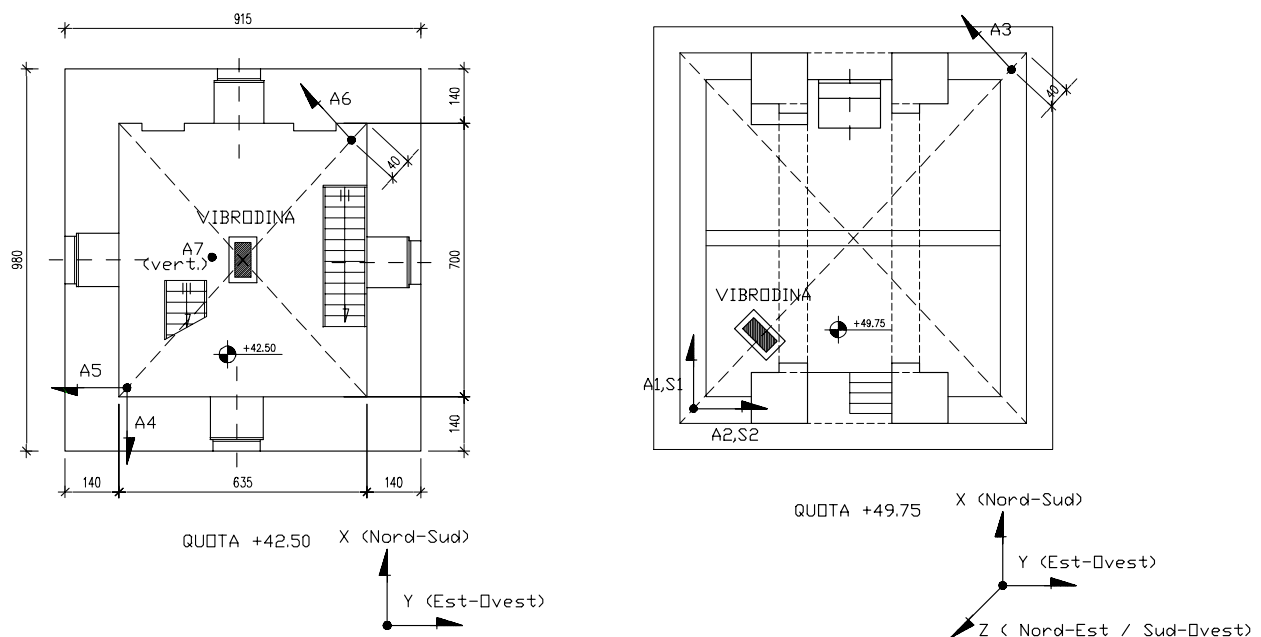


Figura 6: disposizioni degli strumenti di misura (quota +42.50 m e a quota +49.75 m) la lettera A indica la posizione di un accelerometro, mentre la lettera S indica la posizione del vibrometro.

Le prove sono state condotte eccitando la struttura in esame (Torre Grossa) nel campo elastico, con una forza armonica agente nel piano orizzontale (generata da una vibrodina) e rilevandone la risposta alle diverse quote tramite trasduttori inerziali (accelerometri e vibrometri); sono state inoltre registrate le risposte strutturali durante il suono delle campane poste alla sommità della torre. Le azioni forzanti sono state generate da due vibrodine meccaniche, in grado di produrre forze sinusoidali la cui frequenza viene fatta variare molto lentamente nel campo di interesse. Le vibrodine sono state solidarizzate ai solai della torre a quota +42.50 m e in sommità (quota +49.75 m); le azioni forzanti, sempre dirette nel piano orizzontale, sono state generate secondo i due assi principali (X, corrispondente all’asse Nord-Sud della torre, ed Y, asse Est-Ovest della torre), ortogonali tra loro, alla quota +42.50 m. La vibrodina posta in sommità ha invece impresso una forzante secondo una diagonale (indicata con Z), corrispondente all’asse diagonale Sud-Ovest/Nord-Est della torre). L’esatta collocazione delle vibrodine è riportata nella Figura 6.

Le risposte strutturali sono state rilevate mediante sette accelerometri ed un vibrometro. Sono state inoltre rilevate le deformazioni su due lesioni verticali presenti sulla struttura mediante due estensimetri induttivi.

Le prove sono state effettuate imprimendo azioni forzanti con le vibrodine secondo le tre direzioni X, Y e Z descritte in precedenza. Sono state inoltre registrate le risposte strutturali durante il suono delle campane.

I segnali acquisiti dagli strumenti installati sulla torre nel corso delle varie prove, sono stati analizzati in termini di contenuto in frequenza al fine di identificare le frequenze proprie della torre e, attraverso il confronto tra i dati di segnali registrati da strumenti in posizione analoga ma ad altezze diverse, le forme modali corrispondenti.

L'analisi è riferita alle sole prove in cui si è sollecitata la torre con una sola frequenza ed in cui si sono successivamente osservate le oscillazioni libere della stessa, al fine di giungere ad una migliore definizione dei modi propri.

Nella Tabella 2 sono illustrate quelle che possono essere identificate come frequenze proprie della Torre, in direzione longitudinale (X, Nord-Sud), trasversale (Y, Est-Ovest) e torsionale.

Direzione		1. modo (sperim.) [Hz]	2. modo (sperim.) [Hz]
Y	Est-Ovest	1.306	6.550
X	Nord-Sud	1.331	7.615
Torsionale	---	3.410	

Tabella 2: frequenze proprie dei modi di rilevati sperimentalmente

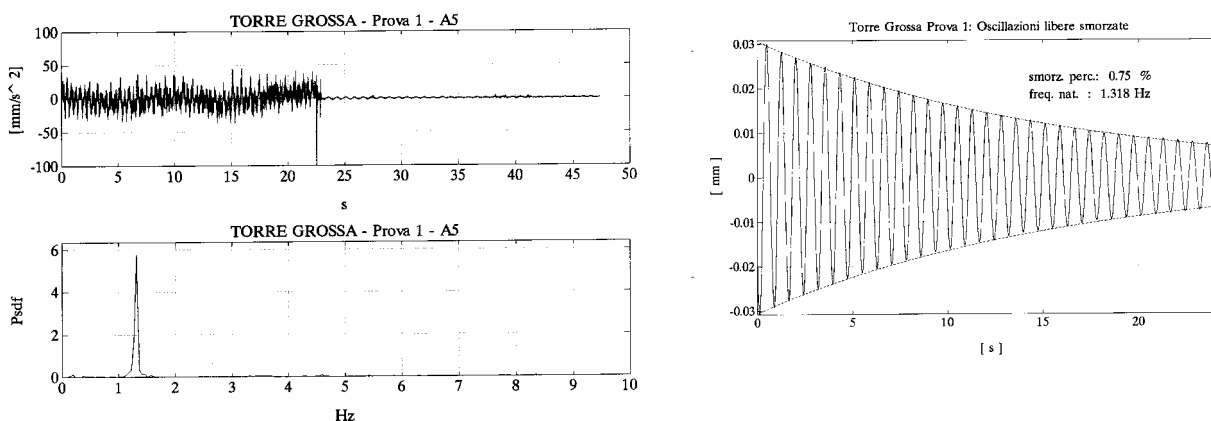


Figura 7: Acquisizione dell'accelerometro A5 (vibrodina in direzione y con frequenza 1.3 Hz), densità della potenza spettrale del segnale, e oscillazioni libere della torre smorzate.

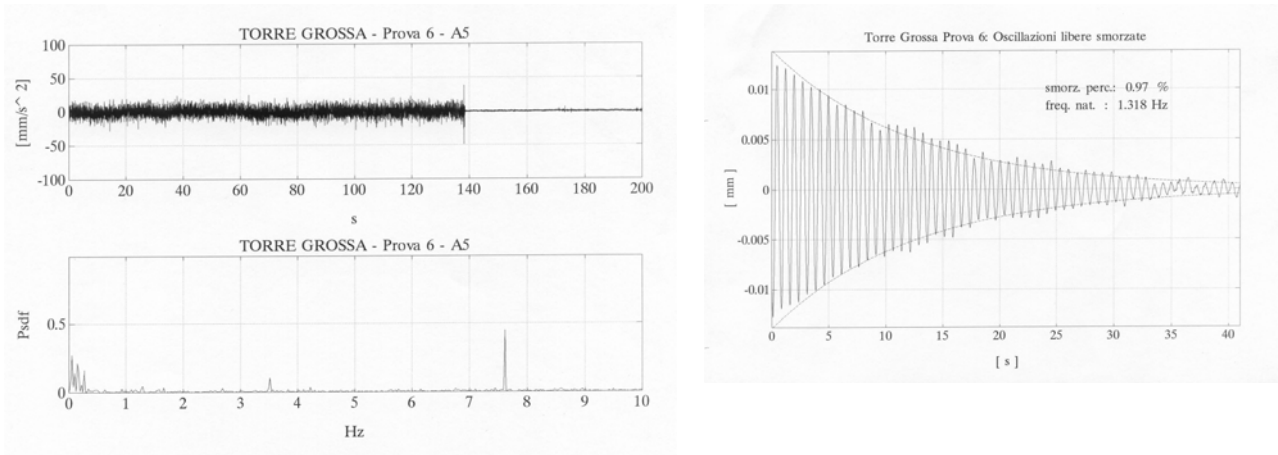


Figura 8: Acquisizione dell'accelerometro A4 (vibrodina in direzione x con frequenza 1.3 Hz), densità della potenza spettrale del segnale, e oscillazioni libere della torre smorzate.

4 Recenti sviluppi nel campo di monitoraggio strutturale

4.1 Radar Inteferometrico

Presso il Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni dell'Università di Firenze in collaborazione con l'azienda IDS SpA di Pisa, è stato sviluppato un radar per la misura a distanza degli spostamenti statici e dinamici di grandi strutture architettoniche.

Il radar è in grado di acquisire in tempo reale la deformata della struttura (ponte, torre, palazzo..) e seguirne l'evoluzione campionandola con una frequenza di campionamento di 30 Hz.

L'accuratezza nella misura dello spostamento è 0.1mm e la risoluzione dell'immagine radar è 50cm.

Il radar può operare fino a una distanza di 2 km. Mediante tale radar è possibile sia misurare la freccia di spostamento di una struttura soggetta a un carico statico, sia misurare la deformazione dinamica provocata da eccitazioni artificiali (vibrodina, eccitazioni impulsive..) o naturali (vento, traffico, ...)

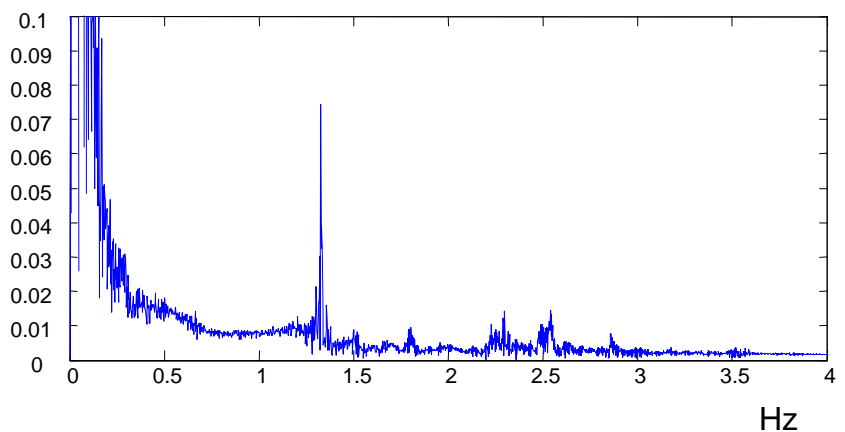


Figura 9: fotografia del prototipo, analisi spettrale del segnale relativo al ponte Cadore (Belluno)



Figura 10: test di funzionamento del radar presso il Ponte Cadore (Belluno)

4.2 Vibrometro Laser (SLDV scanning laser Doppler vibrometry)

Recentemente la tecnica di monitoraggio e di acquisizione con vibrometri laser (SLDV scanning laser Doppler vibrometry), già molto diffusa nella ingegneria meccanica, si sta sviluppando anche nel campo dell'ingegneria civile. Questi strumenti sfruttando l'effetto Doppler del corpo in movimento, ossia il cambiamento delle frequenze delle onde riflesse dal corpo oscillante e trasmesse dal laser, riescono a misurare la velocità del sistema oscillante poiché il cambiamento delle frequenze d'onda è proporzionale alla velocità del corpo vibrante in direzione ortogonale all'asse dello strumento. Questi strumenti lavorano su un campo di frequenze molto ampio con un massimo di alcune decine di MHz e un minimo di un Hz, e riescono a scansione fino a 100 punti per secondo dando per questi punti la time-history della velocità e la densità spettrale del segnale. Il limite del SLDV è la distanza tra il vibrometro laser e il sistema oscillante che deve essere al massimo intorno a 30 m.

Presso l'Università di Ancona è stato messo a punto una procedura basata sul vibrometro laser in grado di rilevare eventuali, danneggiamenti, fessure e microfessure, sia su facciate ventilate (in pietra o laterizio) sia su pareti di muratura portante Figura 11 [3].

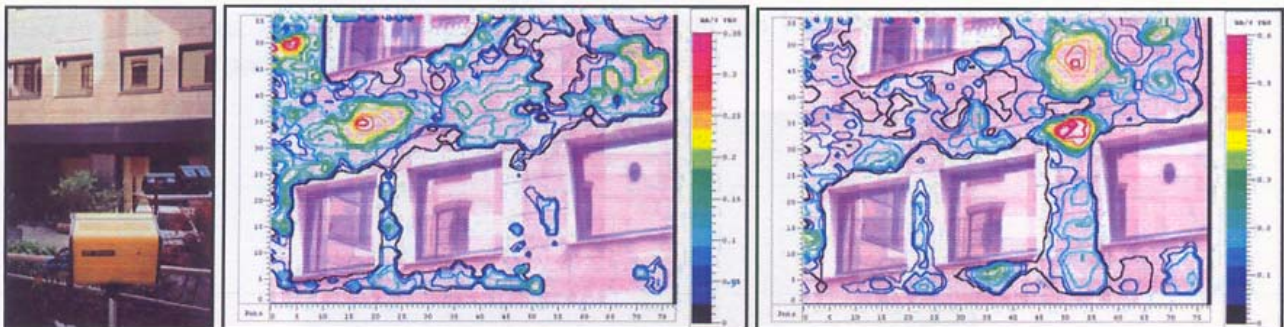


Figura 11: SLDV di fronte ad una parete ventilata, scansione della parete a 51.5 Hz e scansione della parete a 91.5 Hz.

5 Appendice

5.1 Richiami sul principio di funzionamento degli accelerometri

È interessante richiamare i principi su cui si basano gli strumenti per misurazioni dinamiche. Questi, similmente a quanto utilizzato da Padre Alfani, sono costituiti essenzialmente da un oscillatore smorzato come mostrato in Figura 12 (nei moderni sismografi elettromagnetici la massa è sostituita con una bobina di rame che oscilla tra due magneti, queste oscillazioni provocano una corrente che varia di intensità in funzione della velocità relativa tra magneti e bobina).

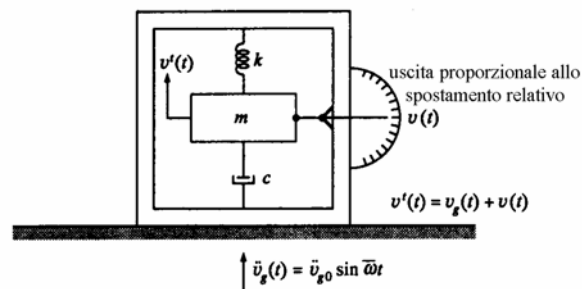


Figura 12: schema di funzionamento del sismografo

L'equazione di moto per il sistema rappresentato in Figura 12 è la seguente [4]:

$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = -m\ddot{v}_g(t) \equiv F(t)$ dove $\ddot{v}_g(t)$ è l'accelerazione del basamento dello strumento. Se si considera un'accelerazione del basamento variabile in modo sinusoidale $\ddot{v}_g(t) = \ddot{v}_{g0} \sin \bar{\omega} t$ alla quale corrisponde una forza inerziale $F(t) = m\ddot{v}_{g0} \sin \bar{\omega} t$, la risposta dell'oscillatore segue la legge delle oscillazioni forzate smorzate: $v(t) = \rho \sin \omega t$ con

$$\rho = \frac{m\ddot{v}_{g0}}{k} \overbrace{\left[(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right]^{-1/2}}^D$$
 (spesso $\rho(\beta)$ è anche indicato con il simbolo $H(\omega)$ e rappresenta

l'ammettenza meccanica) dove $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$ è il rapporto tra la frequenza della forzante e la frequenza

naturale di oscillazione libera, mentre $\xi = \frac{c}{c_{crit}}$ è il rapporto tra lo smorzamento del sistema e il suo

smorzamento critico. Analizzando la Figura 13 si osserva che per un rapporto $\xi=0.7$, il valore di D è praticamente costante per frequenze variabili tra $0 < \beta < 0.6$. Risulta allora chiaro che il valore della risposta dello strumento per frequenze fino ad 0.6 volte la frequenza propria dello strumento ($\omega = \sqrt{k/m}$), è direttamente proporzionale all'accelerazione del supporto e quindi questo tipo di strumento, quando propriamente smorzato, serve effettivamente come un accelerometro.

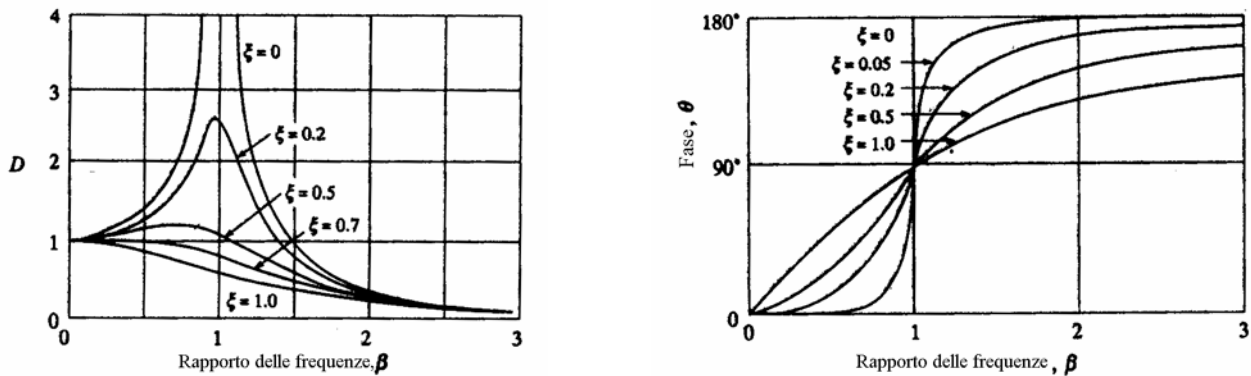


Figura 13: variazione del fattore D di amplificazione dinamica al variare della frequenza e dello smorzamento e variazione della fase con la lo smorzamento e la frequenza

Si consideri ora la risposta dello strumento soggetto a uno spostamento del basamento di tipo sinusoidale $v_g(t) = v_{go} \sin \bar{\omega}t$. In questo caso si ottiene l'accelerazione derivando due volte rispetto al tempo lo spostamento $v_g(t)$: $\ddot{v}_g(t) = -\bar{\omega}^2 \ddot{v}_{go} \sin \bar{\omega}t$. Moltiplicando per la massa l'accelerazione si ottiene quindi l'effettiva forza inerziale $F(t) = \bar{\omega}^2 m \ddot{v}_{go} \sin \bar{\omega}t$. L'espressione della risposta risulta pertanto in analogia a quanto visto nel caso precedente:

$$v(t) = \rho \sin \omega t \quad \text{con} \quad \rho = \frac{m \bar{\omega}^2 v_{go}}{k} \overbrace{\left[(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}}^D = v_{go} \beta^2 D.$$

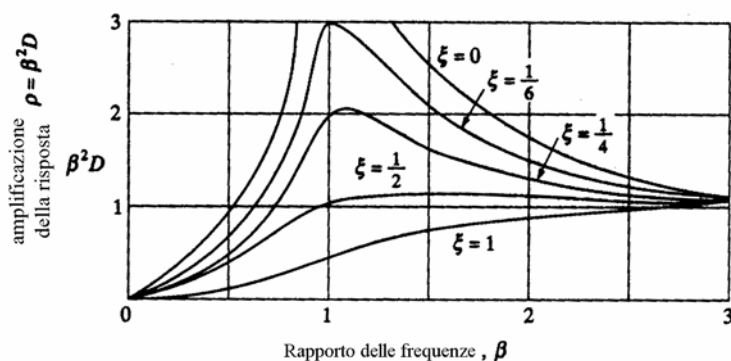


Figura 14: risposta dello strumento ad uno spostamento sinusoidale del basamento

In Figura 14 sono riportati i valori $\beta^2 D$ in funzione della frequenza e dello smorzamento. Il valore $\beta^2 D$ rimane praticamente costante per frequenze $\beta > 1$ e per valori di smorzamento $\xi = 0.5$, appare quindi chiaro che, in queste condizioni, la risposta dello strumento è sostanzialmente proporzionale alle oscillazioni del basamento e che pertanto lo strumento può essere utilizzato per la misura di tali spostamenti e cioè come vibrometro.

Riferimenti Bibliografici

- [1] Chiarugi A., Foraboschi P. e Nistri P., “*The Arnolfo Tower: Structural Identification*”, Software for Engineering Workstation, 1990, Vol. 6, April.
- [2] Bartoli G., Spinelli, P., “*The Torre Grossa in San Gimignano: Experimental and numerical analysis*”, Proceedings of the First International Congress on "Construction History" Proceedings of the First International Congress on "Construction History", Madrid 20-24 Gennaio 2003.
- [3] Castellini P., Revel G.M., e Tommasini E.P. “*Laser Doppler vibrometry: a review of advances and application*”, The Shock and Vibration Digest, 1998, 30, n. 6.
- [4] Clough R.W, Pezien J, “*Dynamics of Structures*” McGraw-Hill Book Co , Sigapore,1993.

Lavoro presentato in alla giornata di aggiornamento “*Ponti, sorveglianza, manutenzione e interventi*” , CIAS e Collegio degli Ingegneri della Toscana, Firenze 30 Sttembre 2005.