



# UNA PROCEDURA SEMPLIFICATA PER LA PROGETTAZIONE SISMICA DI STRUTTURE DOTATE DI SMORZATORI VISCOSI

Stefano Silvestri

Università di Bologna  
Dipartimento DICAM  
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna, Italy

## **Sommario**

*La presente memoria fornisce semplici indicazioni progettuali per l'implementazione di controventi dissipativi ottenuti con smorzatori fluido-viscosi in strutture a telaio.*

*In particolare, viene descritta una procedura semplificata che è stata concepita con l'obiettivo di fornire al progettista delle formule analitiche per il predimensionamento sia degli smorzatori che degli elementi strutturali, in particolare dei pilastri.*

*Il metodo, denominato "Direct Five-Step Procedure" in quanto basato sulla originale "Five-Step Procedure" del 2010 (formulazione rigorosa che necessita lo sviluppo di analisi numeriche di tipo time-history per la valutazione delle massime forze di dissipazione), è applicabile a strutture a telaio multipiano (con periodo fondamentale minore di 1.5 s; per periodi superiori occorre tenere conto di opportuni fattori correttivi dovuti agli effetti dei modi superiori) e a strutture prefabbricate regolari in pianta ed elevazione, nella ipotesi di disporre ugual dispositivi a tutti gli interpiani.*

*Gli steps del metodo di predimensionamento, cui poi dovrà seguire opportuna verifica del comportamento sismico della struttura mediante analisi numeriche dinamiche non lineari, partono dalla identificazione di una desiderata prestazione sismica, e quindi di un rapporto di smorzamento di target, ed arrivano alla definizione completa delle caratteristiche meccaniche degli smorzatori non-lineari commerciali ed alla stima delle forze massime sviluppate sia negli smorzatori che negli elementi strutturali (pilastri).*

*L'illustrazione di un esempio applicativo condotto su un edificio a telaio multipiano permette di evidenziare la semplicità e l'efficacia della procedura proposta.*

## 1 INTRODUZIONE

Alcune tra le più efficaci strategie per la progettazione sismica delle strutture sono basate sulla dissipazione di parte dell'energia trasmessa dal sisma al sistema strutturale. Nonostante l'inserimento di dissipatori all'interno di strutture per la mitigazione degli effetti del sisma sia stato oggetto, negli anni passati, di numerose ricerche scientifiche, molteplici sono gli aspetti ancora da approfondire per consentire, con procedure semplificate, un'efficace diffusione ed applicazione di tali strategie da parte dei professionisti del settore, tanto che la recente normativa tecnica italiana D.M. 17/01/2018 ancora non prevede un capitolo interamente dedicato alla progettazione di strutture equipaggiate con dispositivi di dissipazione.

Di fatto, ad oggi, la progettazione di strutture dotate di smorzatori, ed in particolare di smorzatori di tipo fluido-viscoso, può essere condotta unicamente tramite lo sviluppo di analisi numeriche di tipo dinamico non-lineare che richiedono strumenti e competenze computazionali di livello accademico, spesso non alla portata del progettista strutturale. Tale lacuna normativa ha fortemente limitato, per lo meno in territorio italiano, la diffusione di tali dispositivi.

A livello internazionale sono già disponibili procedure per la progettazione di strutture dotate di smorzatori viscosi, che tuttavia, pur rappresentando un riferimento rigoroso e di comprovata validità scientifica, appaiono di non immediata comprensione ed implementazione per l'ingegnere progettista italiano, essendo sviluppate con riferimento ad una serie di convenzioni progettuali tipiche dell'approccio americano e non adottate in Europa. Tali procedure, frutto di ricerche risalenti alla fine degli anni '90 condotte all'Università di Buffalo (si veda ad esempio il rapporto tecnico MCEER-00-0010 [1]), sono adottate dalle norme americane NEHRP 2003 [2]. Nel dettaglio, le NEHRP 2003 introducono due procedure di analisi alternative alle analisi dinamiche con integrazione al passo: (i) analisi con forze laterali equivalenti "Equivalent Lateral Force" (ELF) ed (ii) analisi modale a spettro di risposta "Response Spectrum Analysis" (RSA). Un altro esempio di procedura alternativa per il dimensionamento dei coefficienti di smorzamento di smorzatori viscosi lineari da inserire all'interno di edifici a telaio è descritta nel testo del 2006 a cura di Christopoulos e Filiatrault [3]. Tuttavia, la procedura si limita a fornire una stima dei coefficienti di smorzamento degli smorzatori, senza indicazioni sulle forze massime sviluppate dagli stessi.

Questa memoria presenta una procedura semplificata di dimensionamento ed analisi di strutture equipaggiate con smorzatori fluido-viscosi, che ambisce a colmare questa lacuna, riassumendo anni di studi e ricerche scientifiche portate avanti presso l'Università di Bologna, in poche formule direttamente fruibili dai progettisti strutturali (in particolare italiani ed europei).

Il cap. 2 richiama velocemente i risultati scientifici che costituiscono la base teorica della procedura proposta che è sostanzialmente basata sulla originale "Five-Step Procedure" del 2010 [4]. Il cap. 3 descrive nel dettaglio i passaggi da compiere nei 5 steps della procedura semplificata "Direct Five-Step Procedure" proposta negli anni 2016-2018 [5,6,7]. Il cap. 4 illustra un esempio applicativo condotto su un edificio multipiano, evidenziando la semplicità e l'efficacia del metodo proposto, che lo rende immediatamente utilizzabile dai progettisti e facilmente implementabile in futuri aggiornamenti/revisioni normative (con specifico riguardo al paragrafo 7.10 del D.M. 17/01/2018, che ora è prevalentemente orientato ai soli dispositivi di isolamento).

## 2 BASI SCIENTIFICHE DELLA PROCEDURA

Gli smorzatori viscosi attualmente in commercio sono dispositivi del tipo cilindro/pistone in cui la laminazione di un fluido siliconico attraverso un idoneo circuito idraulico permette la dissipazione dell'energia introdotta dal sisma nella struttura sotto forma di calore [3]. Il comportamento meccanico degli attuali dispositivi commerciali è ben descritto dal modello di Maxwell (Figura 1a) che vede uno smorzatore puro caratterizzato da un legame costitutivo forza-velocità,  $F_d-v$ , non-lineare di tipo esponenziale (Figura 1b) in serie con una molla rappresentativa della compressibilità del fluido (difetto del dispositivo):

$$F_d = c_{NL} \cdot v^\alpha = k_{oil} \cdot x \quad (1)$$

dove  $c_{NL}$  è il coefficiente di smorzamento del dispositivo non-lineare,  $\alpha$  è l'esponente dello smorzatore (tipicamente per dispositivi commerciali  $\alpha < 1$ , ed in particolare  $\alpha = 0.15 \div 0.30$ ),  $k_{oil}$  rappresenta la rigidità corrispondente alla compressibilità del fluido ed  $x$  rappresenta la corsa del pistone. La Figura 1c presenta un'applicazione reale di smorzatori viscosi inseriti in un capannone in c.a. prefabbricato ad Imola (BO).

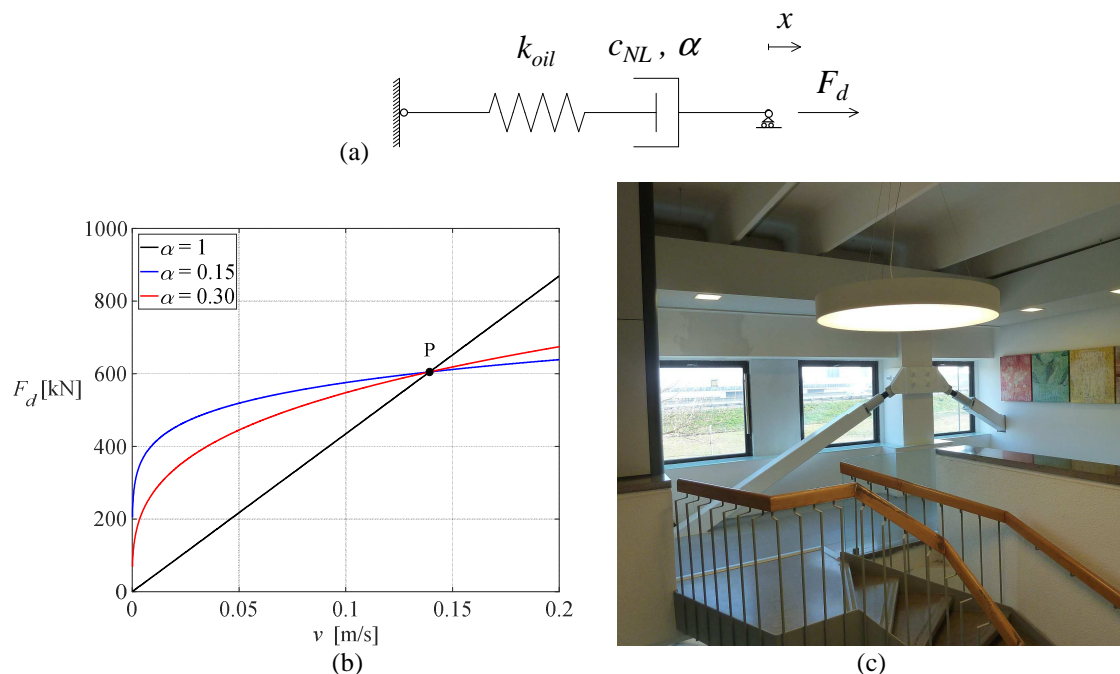


Figura 1: (a) Modello di Maxwell. (b) Relazione forza-velocità al variare dell'esponente  $\alpha$ . (c) Applicazione reale di smorzatori viscosi su aste di controvento (per gentile concessione di ing. Franco Baroni, Bologna).

La procedura proposta per la progettazione sismica di strutture dotate di smorzatori viscosi raccoglie e sintetizza in poche semplici formule operative i risultati di anni di ricerca scientifica sviluppata presso l'Università di Bologna, qui di seguito schematicamente richiamati:

- le due componenti della matrice di smorzamento classico alla Rayleigh [8], l'una proporzionale alle rigidità e l'altra proporzionale alle masse, corrispondono a due sistemi fisici separati e quindi implementabili in modo indipendente in strutture a telaio [9,10,11]: (i) sistema di smorzamento proporzionale alle rigidità (stiffness proportional damping, SPD) che vede un posizionamento di interpiano degli smorzatori, e (ii) sistema di smorzamento proporzionale alle masse (mass proportional damping, MPD) caratterizzato da

smorzatori che collegano i piani ad un punto fisso (terreno o struttura di controvento infinitamente rigida);

- a parità di coefficiente di smorzamento totale (stessa somma dei coefficienti di smorzamento di tutti i dispositivi: vincolo di "ugual taglia" o vincolo di "ugual costo"), il sistema MPD è molto più efficiente del sistema SPD nel ridurre la risposta sismica di strutture a telaio [9,10,11];
- in particolare, per strutture a telaio shear-type uniformi (ugual massa ed ugual rigidezza per tutti i piani), sotto il vincolo di ugual "costo", il rapporto di smorzamento del primo modo di vibrare del sistema MPD,  $\xi_1^{MPD}$ , è sempre superiore al rapporto di smorzamento del primo modo di vibrare del corrispondente sistema SPD,  $\xi_1^{SPD}$ , e sussiste la seguente relazione approssimata ( $N$  è il numero totale di piani del telaio) [12]:

$$\xi_1^{MPD} \cong \frac{N(N+1)}{2} \xi_1^{SPD} \quad (2)$$

- sfruttando la semplicità delle relazioni matematiche che governano il comportamento del sistema MPD, la relazione tra i due primi rapporti di smorzamento modale consente di trovare una formula che fornisce il coefficiente di smorzamento totale,  $c_{tot,SPD}$ , del sistema SPD necessario per ottenere un certo smorzamento di target,  $\bar{\xi}$  [4]:

$$c_{tot,SPD} = \bar{\xi} \cdot \omega_1 \cdot m_{tot} \cdot N(N+1) \quad (3)$$

dove  $\omega_1$  e  $m_{tot}$  rappresentano la pulsazione fondamentale della struttura nella direzione considerata e la massa totale della struttura;

- per il legame tra il rapporto di smorzamento e il fattore di riduzione  $\eta$  della risposta sismica, la formulazione più diffusa a livello internazionale, e recepita sia dagli Eurocodici (EC8) che dalle attuali norme tecniche italiane (D.M. 17/01/2018), è quella proposta da Bommer et al. nel 2000 [13]:  $\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}}$ ;
- sulla base delle osservazioni precedenti, Silvestri et al. nel 2010 [4] hanno proposto un metodo di dimensionamento ed analisi di strutture equipaggiate con dissipatori fluido-viscosi denominato "Five-Step Procedure". Si tratta di una formulazione rigorosa che tuttavia necessita lo sviluppo di analisi numeriche di tipo time-history per la valutazione delle forze e delle velocità massime sviluppate negli smorzatori;
- allo scopo di rendere completamente analitica la procedura, il gruppo di ricerca, negli anni seguenti 2016-2017 [5,14] ha affrontato lo studio delle velocità di interpiano sviluppate da telai multipiano equipaggiate da smorzatori viscosi. Imponendo una deformata laterale sismica di tipo lineare per il telaio (simile alla forma del primo modo di vibrare), si sono ottenute formule predittive delle velocità massime di interpiano che dipendono dal periodo fondamentale della struttura;
- in questi ultimi anni [5,6,7], è stato proposto il metodo denominato "Direct Five-Step Procedure" applicabile a strutture a telaio multipiano (con periodo fondamentale  $T_1 < 1.5$  s, per periodi superiori occorre tenere conto di opportuni fattori correttivi dovuti agli effetti dei modi superiori [5,7,14]) e a strutture prefabbricate regolari in pianta ed elevazione (altezza di interpiano costante) nell'ipotesi di disporre ugual dispositivi a tutti gli interpiani. Nel caso di strutture con massa e rigidezza costanti a tutti i piani, caratterizzate da periodi inferiori a  $T_1 < 0.5$  s, il metodo conduce ad una stima delle sollecitazioni, in genere, a favore di sicurezza;

- in generale, il metodo consente di tenere conto anche dell'eventuale plasticizzazione degli elementi strutturali assumendo uno spettro di progetto con fattore di struttura  $q > 1$  [7,15]. Tuttavia, si consiglia di assumere un fattore di struttura unitario, in quanto l'obiettivo (solitamente raggiungibile) è quello di mantenere gli elementi strutturali (pilastri e travi) sostanzialmente in campo elastico lineare, aumentando la capacità dissipativa della struttura solo mediante l'inserimento di opportuni smorzatori fluido-viscosi.

Il lettore può riferirsi ai journal papers citati per il quadro di riferimento teorico, gli sviluppi analitici completi, ed esempi numerici.

### 3 LA PROCEDURA

Gli steps della procedura di predimensionamento, cui poi dovrà comunque seguire opportuna verifica del comportamento sismico della struttura mediante analisi numeriche dinamiche di time-history non lineari, sono qui illustrati con specifico riferimento alla simbologia adottata nei capitoli 3.2 ("Azione sismica") e 7 ("Progettazione per azioni sismiche") della normativa tecnica italiana D.M. 17/01/2018.

#### 3.1 Step 1: Definizione degli obiettivi prestazionali

Selezione di una desiderata prestazione sismica (ad esempio: riduzione dell'effetto dell'azione sismica di progetto = -x%) e valutazione del corrispondente fattore di riduzione dello spettro elastico:

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{x}{100} \quad (4)$$

Rapporto di smorzamento totale obiettivo:

$$\bar{\xi}_{tot} = \bar{\xi}_{intr} + \bar{\xi}_{visc} = \frac{10}{\bar{\eta}^2} - 5 \quad (5)$$

dove il rapporto di smorzamento intrinseco si può assumere pari a  $\bar{\xi}_{intr} = 5\%$ . Pertanto, il rapporto di smorzamento viscoso obiettivo che deve essere fornito dai dispositivi vale:

$$\bar{\xi}_{visc} = \frac{10}{\bar{\eta}^2} - 10 \quad (6)$$

#### 3.2 Step 2: Coefficiente di smorzamento per dispositivi lineari

Si considera un posizionamento di interpiano e si ipotizza di inserire smorzatori viscosi tutti uguali a tutti i piani.

Assumendo inizialmente un comportamento lineare del tipo  $F = c_L v$ , e sfruttando l'Eq. (3), il coefficiente di smorzamento per il singolo smorzatore viscoso risulta:

$$c_L = \bar{\xi}_{visc} \cdot \omega_1 \cdot \frac{W}{g} \cdot \left( \frac{N+1}{n} \right) \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (7)$$

dove  $N$  è il numero totale di piani,  $n$  è il numero totale di smorzatori viscosi per piano per ogni direzione principale ( $x$  oppure  $y$ ),  $W$  è il peso sismico totale dell'edificio,  $g$  è l'accelerazione di gravità,  $\omega_1 = 2\pi/T_1$  è la pulsazione fondamentale,  $T_1$  è il periodo fondamentale della struttura, mentre  $\theta$  è l'angolo di inclinazione del singolo dispositivo rispetto all'orizzontale.

### 3.3 Step 3: Stima dei parametri di risposta del sistema con smorzatori lineari

Stima della velocità massima di lavoro del singolo smorzatore (corrispondente alla velocità di allungamento/accorciamento del pistone) e del massimo "interstorey drift" (spostamento differenziale di interpiano):

$$v_{\max} = \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{\omega_1} \cdot \frac{2}{N+1} \cdot \cos \theta \quad (8)$$

$$ID_{\max} = \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{\omega_1^2} \cdot \frac{2}{N+1} \quad (9)$$

dove:  $S_e(T_1, \bar{\eta})$  rappresenta l'ordinata spettrale dello spettro elastico in accelerazione delle componenti orizzontali in corrispondenza del periodo fondamentale  $T_1$  di vibrazione della struttura nella direzione considerata, in cui si tiene conto del fattore di riduzione  $\bar{\eta}$  dovuto alla presenza degli smorzatori.

Stima della forza massima negli smorzatori lineari:

$$F_{L,\max} = 2 \cdot \bar{\xi}_{\text{visc}} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n \cdot \cos \theta} \quad (10)$$

Stima della corsa massima negli smorzatori lineari:

$$s_{\max} = \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{\omega_1^2} \cdot \frac{2}{N+1} \cdot \cos \theta \quad (11)$$

### 3.4 Step 4: Coefficiente di smorzamento per dispositivi non-lineari

Identificazione (mediante criterio energetico [3],[4]) del coefficiente di smorzamento per il dispositivo commerciale non-lineare:

$$c_{NL} = c_L \cdot (0.8 \cdot v_{\max})^{1-\alpha} \quad (12)$$

Stima della forza massima negli smorzatori non-lineari:

$$F_{NL,\max} = 0.8^{1-\alpha} \cdot F_{L,\max} \quad (13)$$

Al fine di ridurre la perdita di efficacia dello smorzatore posizionato in serie con l'asta di supporto, si consiglia di prevedere una rigidezza assiale del dispositivo (smorzatore + asta di supporto) almeno pari a:

$$k_{axial} \geq 10 \cdot c_L \cdot \omega_1 \quad (14)$$

### 3.5 Step 5: Stima dei parametri di risposta del sistema con smorzatori non-lineari

La stima delle massime sollecitazioni agenti negli elementi strutturali può essere ottenuta tramite inviluppo di due analisi statiche equivalenti (Equivalent Static Analysis, ESA1 ed ESA2):

- ESA1 (corrispondente alla "classica" analisi statica equivalente delle normative sismiche): la struttura, priva degli smorzatori, è soggetta ad un sistema di forze statiche equivalenti orizzontali  $F_i$  applicate alle quote  $z_i$  dei pesi di piano  $W_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ), dato da:

$$F_i = F_h \cdot \frac{z_i \cdot W_i}{\sum_{j=1,2,\dots,N} z_j \cdot W_j} \quad (15)$$

dove:

$$F_h = S_e(T_1, \bar{\eta}) \cdot \frac{W}{g} \quad (16)$$

- ESA2 (novità introdotta per la stima degli sforzi assiali indotti nei pilastri dal sistema di smorzatori): la struttura, in cui gli smorzatori sono sostituiti da diagonali rigidi, è soggetta ad una forza statica equivalente orizzontale applicata in corrispondenza dell'ultimo impalcato data da:

$$F_{D,h,max} = F_{NL,max} \cdot \cos \theta = 0.8^{1-\alpha} \cdot F_{L,max} \cdot \cos \theta \quad (17)$$

e quindi:

$$F_{D,h,max} = 0.8^{1-\alpha} \cdot 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n} \quad (18)$$

Stima dello sforzo normale agente nella pilastrata al piano  $i$ -esimo:

$$P_{i,max} = (N - i + 1) \cdot 0.8^{1-\alpha} \cdot 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n} \cdot \tan \theta \quad (19)$$

Stima dello sforzo normale agente alla base della pilastrata ( $i=1$ ):

$$P_{base} = N \cdot 0.8^{1-\alpha} \cdot 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n} \cdot \tan \theta \quad (20)$$

Le due analisi statiche equivalenti dello STEP 5 sono basate su schemi statici idealizzati [7] corrispondenti alle due seguenti configurazioni (Figura 2) della struttura smorzata sotto sisma:

- Configurazione 1 (Figura 3): rappresentativa dell'istante temporale  $t_1$  nel quale la struttura manifesta le massime deformazioni orizzontali. In tale istante temporale, le forze negli smorzatori possono essere assunte, in prima approssimazione, nulle (le velocità sono circa nulle).
- Configurazione 2 (Figura 4): rappresentativa dell'istante temporale  $t_2$  nel quale si manifestano le massime forze negli smorzatori. In tale istante temporale, gli spostamenti orizzontali possono essere assunti, in prima approssimazione, nulli.

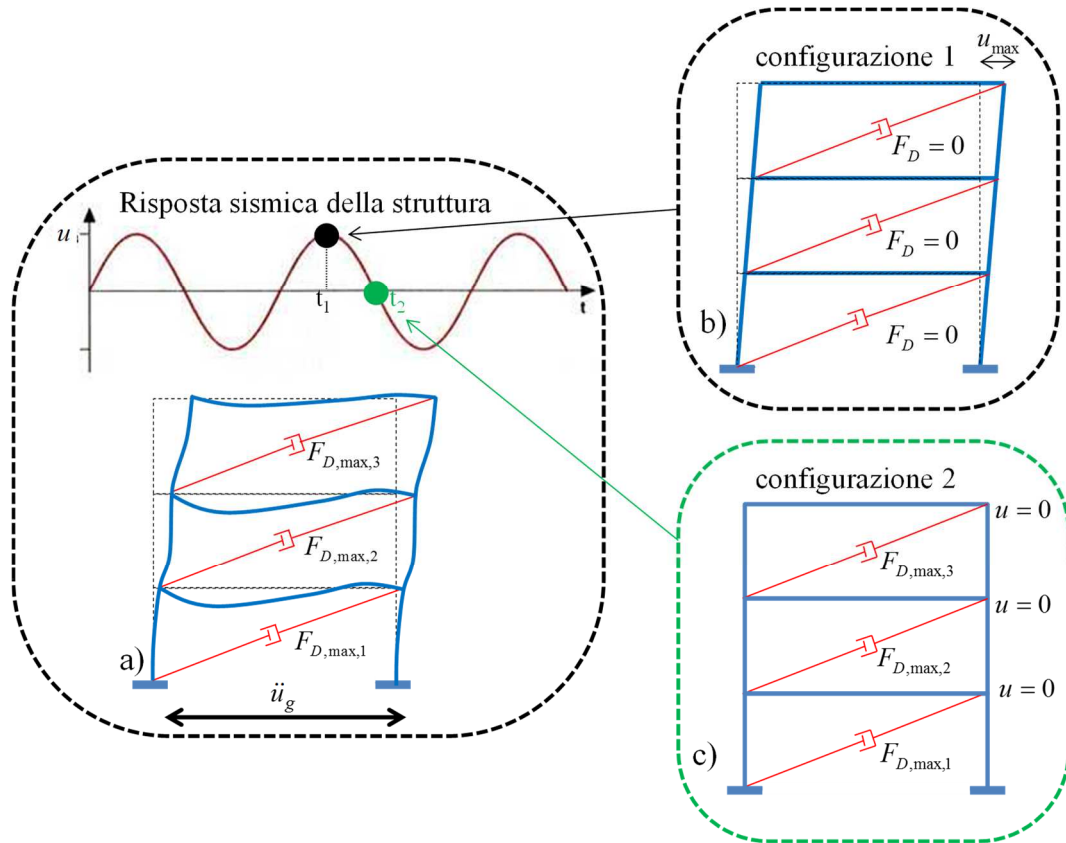


Figura 2: Le due configurazioni significative (istanti  $t_1$  e  $t_2$ ) della struttura smorzata sotto sisma.

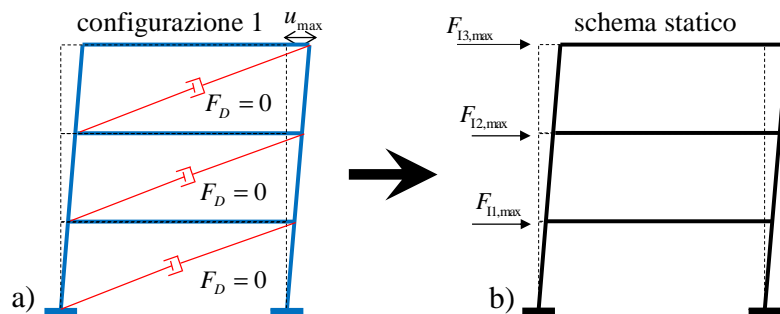


Figura 3: (a) Configurazione 1. (b) Schema statico rappresentativo della configurazione 1.

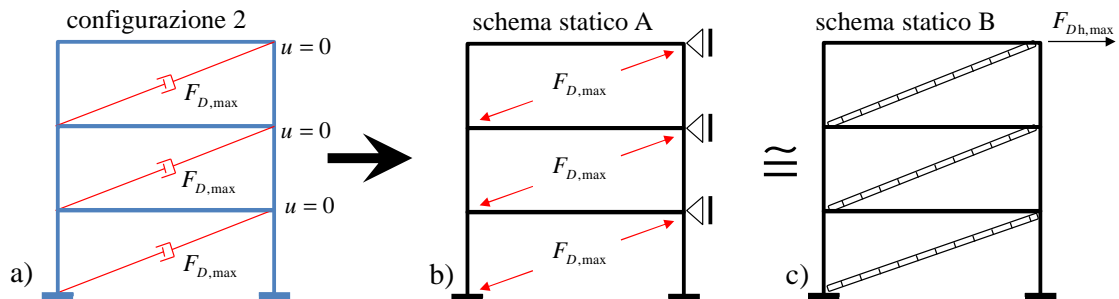


Figura 4: (a) Configurazione 2. (b) Schema statico A rappresentativo della configurazione 2. (c) Schema statico B equivalente (in termini di sforzi normali nelle aste) allo schema statico A.



L'esigenza di introdurre la seconda analisi statica equivalente (ESA2) è giustificata dalle seguenti osservazioni. La presenza di dispositivi di smorzamento determina l'accoppiamento del moto nelle direzioni orizzontali e verticali. Tale fenomeno, pur nella usuale ipotesi di considerare la sola componente orizzontale dell'azione sismica, fa sì che le forze sviluppate dagli smorzatori viscosi durante il moto indotto dal sisma, a causa del posizionamento diagonale di interpiano, comportino, oltre alla benefica azione di riduzione delle azioni orizzontali agenti sulla struttura, l'insorgere di azioni assiali aggiuntive negli elementi strutturali. Tali azioni possono indurre uno stato di sollecitazione non trascurabile (in particolare alla base dei pilastri in alti edifici) la cui valutazione tramite simulazioni numeriche richiede particolari accorgimenti (ad esempio: l'utilizzo dei vettori di Ritz per l'analisi modale utilizzando un numero appropriato di modi verticali tali da poter descrivere le effettive deformazioni assiali dei pilastri).

Il diagramma di flusso della procedura proposta è riportato in Figura 5.

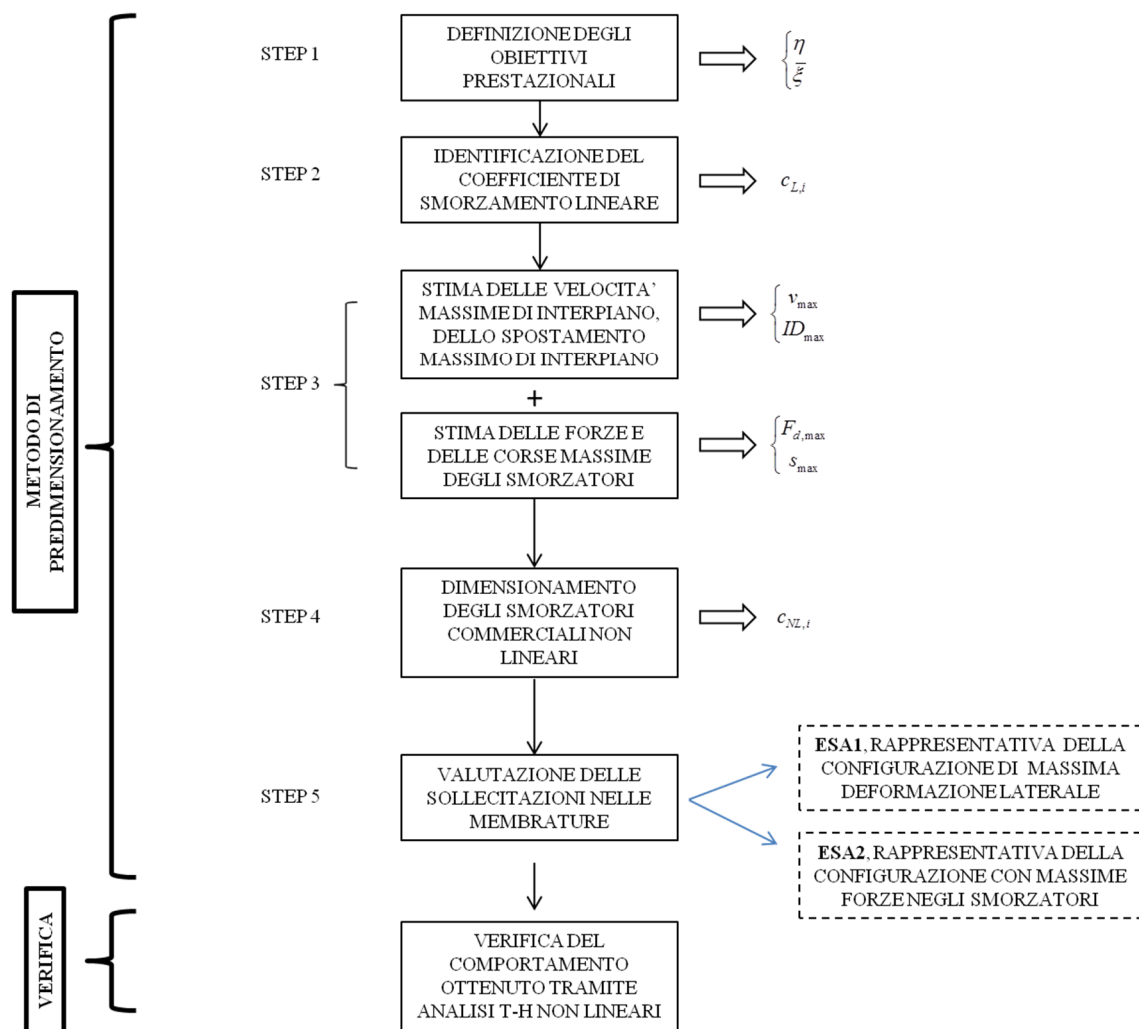


Figura 5: Flowchart della procedura proposta.

#### 4 ESEMPIO APPLICATIVO

L'esempio applicativo è riferito alla scuola elementare "Collina Castello" di Bisignano (CS), realizzata nel 1983 (Figura 6). L'edificio presenta tre piani più la copertura a falde ed è caratterizzato da una pianta rettangolare di dimensioni 21.4 m  $\times$  15 m circa. I primi due impalcati, adibiti a scuola (ambiente suscettibile di affollamento), sono a quota +3.18 m e +6.56 m. Il terzo impalcato, adibito a sottotetto, è alla quota +9.91 m. La copertura a falde presenta quota max pari a +11.97 m. La struttura in calcestruzzo armato è caratterizzata da una maglia abbastanza regolare, costituita da 4 telai principali con 4 pilastri ciascuno disposti lungo la direzione longitudinale. I pilastri hanno dimensioni 50 cm  $\times$  40 cm e le travi longitudinali, a tutti i livelli, sezione 40 cm  $\times$  60 cm. I telai principali sono collegati da travi di bordo di dimensioni 50 cm  $\times$  40 cm disposte in direzione trasversale. La struttura in c.a. non è in grado di sopportare le azioni sismiche di progetto allo Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) previste dalla normativa tecnica vigente con riferimento alle sollecitazioni massime alla base dei pilastri.

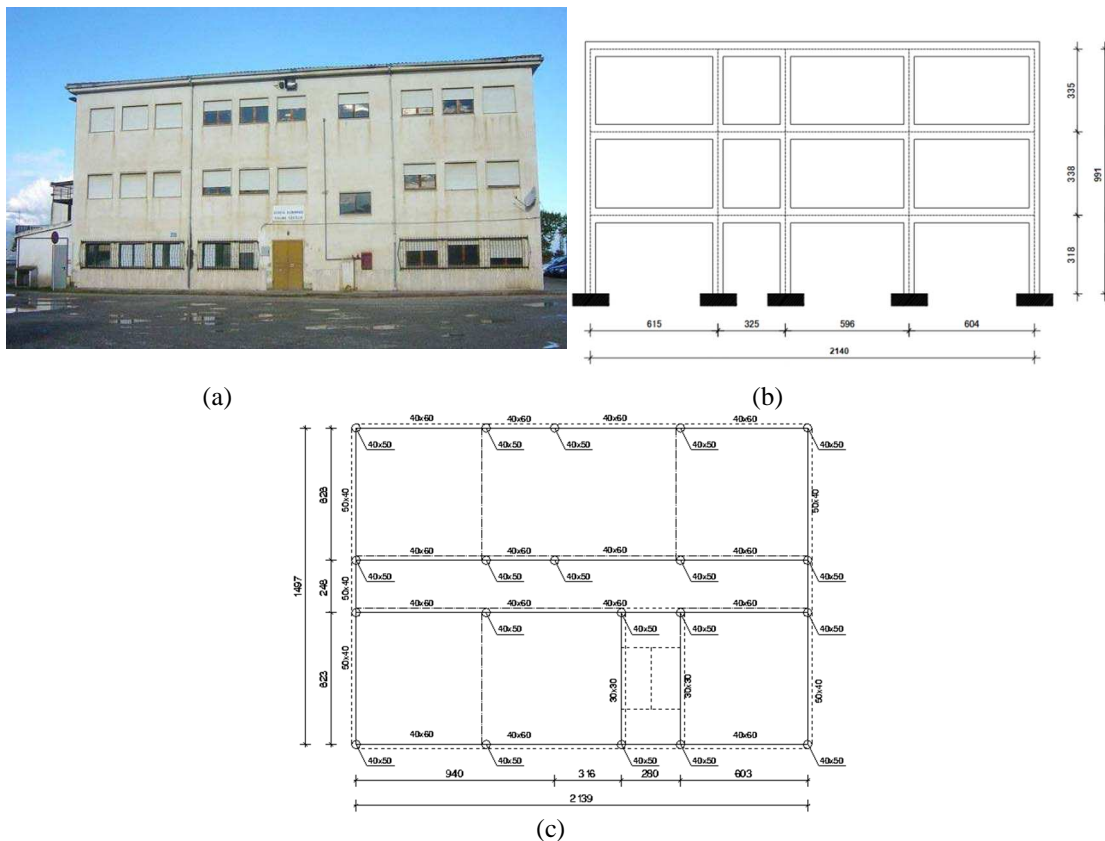


Figura 6. (a) Prospetto. (b) Sezione longitudinale dell'edificio. (c) Pianta del secondo piano.

L'analisi dei carichi è riportata in Tabella 1. Il peso totale dell'edificio in condizioni sismiche è pari a  $W = 11900$  kN.

I parametri per l'azione sismica di progetto per l'SLV sono riportati in Tabella 2. Figura 7 riporta lo spettro di risposta elastico in accelerazione della componente orizzontale del moto sismico, per verifiche allo SLV, valutato sia per  $\xi = 5\%$  che per  $\xi = 25\%$ . Si assume fattore di struttura unitario ( $q=1$ ), in quanto l'obiettivo è quello di mantenere gli elementi strutturali (pilastri e travi) sostanzialmente in campo elastico lineare, aumentando la capacità dissipativa

della struttura mediante l’inserimento di smorzatori viscosi con posizionamento di interpiano in entrambe le direzioni della struttura. Per l’applicazione della “Direct Five-Step Procedure” si utilizza con lo spettro elastico ( $q=1$ ) valutato per  $\xi = 25\%$ . Per la successiva verifica del comportamento mediante analisi dinamiche non lineari si costruiscono n. 7 accelerogrammi artificiali coerenti con lo spettro elastico ( $q=1$ ) valutato per  $\xi = 5\%$ .

Carichi	Piano 1	Piano 2	Piano 3 + Copertura
Permanenti G1	3.00 kN/m <sup>2</sup>	3.00 kN/m <sup>2</sup>	4.00 kN/m <sup>2</sup>
Permanenti G2	2.00 kN/m <sup>2</sup>	2.00 kN/m <sup>2</sup>	3.00 kN/m <sup>2</sup>
Variabili Q	3.00 kN/m <sup>2</sup> ( $\Psi_2= 0.6$ )	3.00 kN/m <sup>2</sup> ( $\Psi_2= 0.6$ )	2.50 kN/m <sup>2</sup> ( $\Psi_2= 0$ )
TOTALE in condizioni statiche	8.00 kN/m <sup>2</sup>	8.00 kN/m <sup>2</sup>	9.50 kN/m <sup>2</sup>
TOTALE in condizioni sismiche	6.80 kN/m <sup>2</sup>	6.80 kN/m <sup>2</sup>	7.00 kN/m <sup>2</sup>
Pareti di tamponamento: 4.00 kN/m <sup>2</sup>			
Pesi propri elementi strutturali (travi e pilastri): 25 kN/m <sup>3</sup>			

Tabella 1: Analisi dei carichi.

Azione sismica di progetto		
Parametri della struttura		
classe d’uso		III
coefficiente d’uso		$C_U = 1.5$
vita nominale		$V_N = 50$ anni
periodo di riferimento per l’azione sismica		$V_R = 75$ anni
Parametri del Terreno		
categoria di sottosuolo		C ( $S_S = 1.23$ )
condizione topografica		T1 ( $S_T = 1.0$ )
coefficiente S		$S = 1.23$
Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)		
accelerazione orizzontale massima al sito		$a_g = 0.323$ g
amplificazione max dello spettro in acc. orizzontale		$F_0 = 2.459$
periodo TC*		$T_{C^*} = 0.385$ s
periodo di ritorno		$T_R = 712$ anni

Tabella 2: Parametri per la definizione dell’azione sismica di progetto allo SLV.

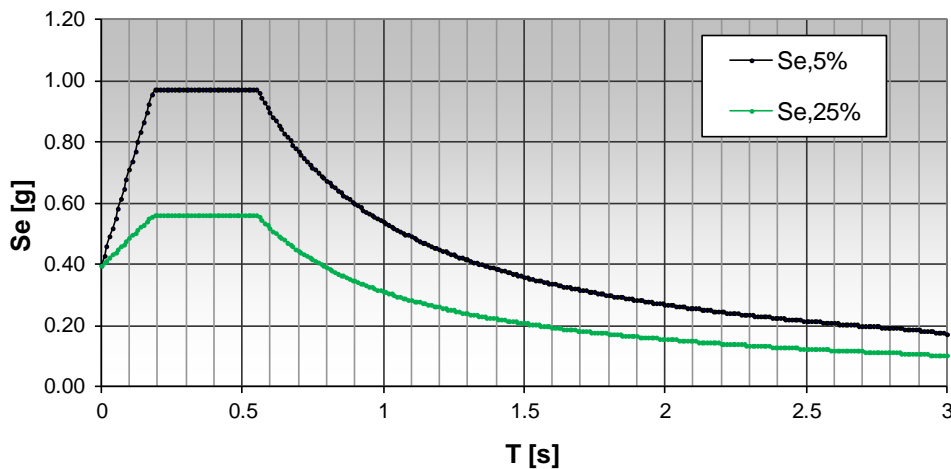


Figura 7: Spettri elastici delle accelerazioni orizzontali allo SLV per  $\xi = 5\%$  e per  $\xi = 25\%$ .

È stato realizzato un modello FEM tridimensionale della struttura, riportato in Figura 8. Per il calcestruzzo armato si è considerato un modulo elastico pari a 25000 MPa. Il modello presenta 3 piani anche se l'edificio è caratterizzato da 4 livelli, in quanto, considerata la tipologia a falde della copertura, il basso valore di altezza di interpiano e la conseguente elevata rigidezza dei pilastri tra il piano di sottotetto e la copertura, questi due livelli possono essere considerati insieme nell'analisi sismica.

Al fine di ridurre le sollecitazioni negli elementi strutturali (travi e pilastri) in entrambe le direzioni principali della struttura e per minimizzare la risposta torsionale dell'edificio, si è scelto di predisporre gli smorzatori lungo i quattro lati perimetrali dell'edificio, in modo tale da ottenere una configurazione simmetrica (Figura 9).

L'assenza di travi nella direzione trasversale fa sì che il primo modo (modo fondamentale traslazionale in direzione trasversale) sia caratterizzato da un periodo notevolmente più alto (0.80 s) di quello (0.45 s) del terzo modo (modo fondamentale traslazionale in direzione longitudinale). Il secondo modo, caratterizzato da un periodo pari a 0.52 s, è puramente rotazionale. In virtù della simmetria strutturale, i primi tre modi di vibrare eccitano circa l'85% della massa in entrambe le direzioni. Le deformate dei primi tre modi di vibrare sono mostrate in Figura 10.

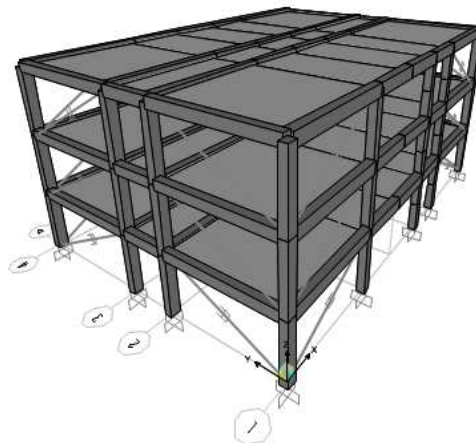


Figura 8: Vista 3D del modello FEM della struttura equipaggiata con controventi dissipativi.

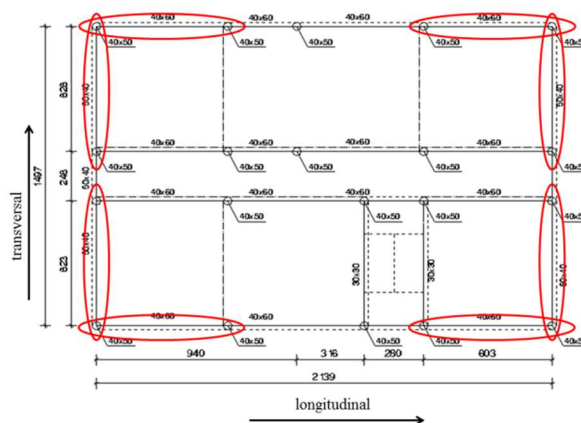


Figura 9: Disposizione in pianta degli smorzatori fluido-viscosi.

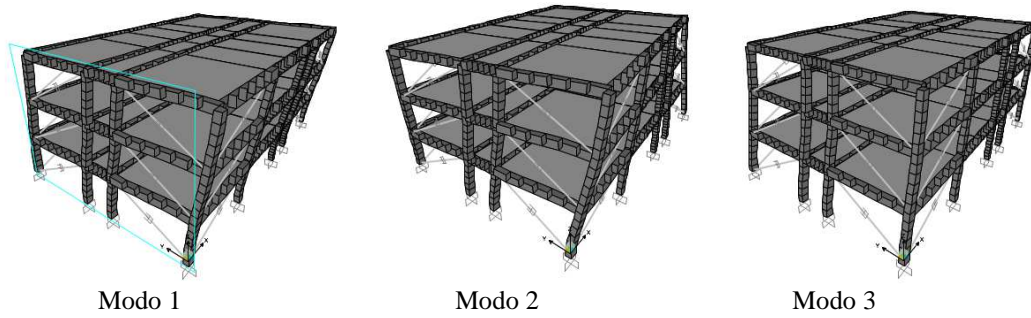


Figura 10: Deformate dei primi tre modi di vibrare della struttura.

#### 4.1 Applicazione della “Direct Five-Step Procedure” al caso studio

Stante la notevole diversità del comportamento dinamico dell’edificio lungo le due direzioni principali, il dimensionamento degli smorzatori deve essere sviluppato, in modo indipendente, lungo entrambe le direzioni principali. A titolo esemplificativo si illustrano in modo dettagliato solamente i calcoli relativi alla direzione longitudinale.

STEP 1:

Si ipotizza un rapporto di smorzamento di target pari a  $\bar{\xi}_{tot} = 0.25$ , e quindi assumendo  $\xi_{intr} = 5\%$ ,  $\bar{\xi}_{visc} = 20\%$ , cui corrisponde un fattore di riduzione dello spettro elastico pari a

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{10}{5 + \bar{\xi}_{tot}}} = \sqrt{\frac{10}{5 + (5 + 20)}} = 0.577.$$

Si progettano gli smorzatori facendo riferimento a  $T_1 = 0.45s$  e  $S_e(T_1, \bar{\eta}) = a_g \cdot S \cdot \bar{\eta} \cdot F_o = 0.323g \cdot 1.223 \cdot 0.577 \cdot 2.459 = 0.561g$ .

STEP 2:

Numero di smorzatori per piano per singola direzione:  $n = 4$ .

Inclinazione rispetto all’orizzontale dello smorzatore:  $\theta = 28^\circ$ .

$$c_L = \bar{\xi}_{visc} \cdot \omega_1 \cdot \frac{W}{g} \cdot \left( \frac{N+1}{n} \right) \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0.20 \cdot \frac{2\pi}{0.45s} \cdot \frac{11900 \text{ kN}}{9.81 \frac{m}{s^2}} \cdot \left( \frac{3+1}{4} \right) \cdot \frac{1}{\cos^2 28^\circ} = 4345 \frac{\text{kN} \cdot s}{m}$$

STEP 3:

Stima della velocità massima negli smorzatori lineari:

$$v_{max} = \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{\omega_1} \cdot \frac{2}{N+1} \cdot \cos \theta = \frac{0.561 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{(2\pi/0.45s)} \cdot \frac{2}{3+1} \cdot \cos 28^\circ = 0.174 \frac{m}{s}$$

Stima della forza massima negli smorzatori lineari:

$$F_{L,max} = 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n \cdot \cos \theta} = 2 \cdot 0.20 \cdot \frac{11900 \text{ kN}}{g} \cdot \frac{0.561g}{4 \cdot \cos 28^\circ} = 756 \text{ kN}$$

Stima della corsa massima negli smorzatori lineari:

$$s_{\max} = \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{\omega_1^2} \cdot \frac{2}{N+1} \cdot \cos \theta = \frac{0.561 \cdot 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}}{(2\pi/0.45\text{s})^2} \cdot \frac{2}{3+1} \cdot \cos 28^\circ = 1.25 \text{ cm}$$

STEP 4:

Esponente dello smorzatore non lineare:  $\alpha = 0.15$ .

Coefficiente di smorzamento non lineare:

$$c_{NL} = c_L \cdot (0.8 \cdot v_{\max})^{1-\alpha} = 4345 \frac{\text{kN} \cdot \text{s}}{\text{m}} \cdot \left(0.8 \cdot 0.174 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^{1-0.15} = 813 \frac{\text{kN} \cdot \text{s}^{0.15}}{\text{m}^{0.15}}$$

Minima rigidezza assiale del dispositivo (smorzatore + asta di supporto):

$$k_{axial} \geq 10 \cdot c_L \cdot \omega_1 = 10 \cdot 4345 \frac{\text{kN} \cdot \text{s}}{\text{m}} \cdot \frac{2\pi}{0.45\text{s}} = 6.07 \cdot 10^5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Stima della forza massima negli smorzatori non-lineari:

$$F_{NL, \max} = 0.8^{1-\alpha} \cdot F_{L, \max} = 0.8^{1-0.15} \cdot 756 \text{ kN} = 625 \text{ kN}$$

STEP 5:

Analisi statica equivalente (ESA1):

Calcolo delle forze di piano:

$$F_h = S_e(T_1, \bar{\eta}) \cdot \frac{W}{g} = 0.561g \cdot \frac{11900 \text{ kN}}{g} = 6676 \text{ kN}$$

$$F_1 = F_h \cdot \frac{z_1 \cdot W_1}{\sum_{j=1,2,\dots,N} z_j \cdot W_j} = 6676 \text{ kN} \cdot \frac{3.18 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN}}{(3.18 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 6.56 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 9.91 \text{ m} \cdot 4044 \text{ kN})} \cong 6676 \text{ kN} \cdot 0.16 = 1068 \text{ kN}$$

$$F_2 = F_h \cdot \frac{z_2 \cdot W_2}{\sum_{j=1,2,\dots,N} z_j \cdot W_j} = 6676 \text{ kN} \cdot \frac{6.56 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN}}{(3.18 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 6.56 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 9.91 \text{ m} \cdot 4044 \text{ kN})} \cong 6676 \text{ kN} \cdot 0.33 = 2203 \text{ kN}$$

$$F_3 = F_h \cdot \frac{z_3 \cdot W_3}{\sum_{j=1,2,\dots,N} z_j \cdot W_j} = 6676 \text{ kN} \cdot \frac{9.91 \text{ m} \cdot 4044 \text{ kN}}{(3.18 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 6.56 \text{ m} \cdot 3928 \text{ kN} + 9.91 \text{ m} \cdot 4044 \text{ kN})} \cong 6676 \text{ kN} \cdot 0.51 = 3405 \text{ kN}$$

Assumendo impalcati infinitamente rigidi nel proprio piano e tenendo conto che i 4 telai longitudinali sono uguali tra loro, le forze di piano si distribuiscono ugualmente sui 4 telai. Pertanto, con riferimento ad un singolo telaio longitudinale, lo schema statico da risolvere nell'ambito dell'analisi ESA1 è il seguente:

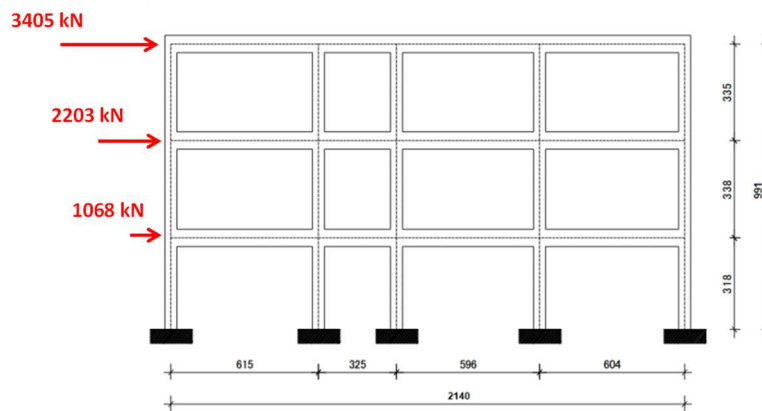


Figura 11: Schema statico da risolvere per l'ESA1.

Analisi statica equivalente (ESA2):

Calcolo della forza statica equivalente orizzontale applicata in corrispondenza dell'ultimo impalcato per ciascun telaio in cui sono presenti gli smorzatori:

$$F_{D,h,max} = 0.8^{1-\alpha} \cdot 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n} = 0.8^{1-0.15} \cdot 2 \cdot 0.20 \cdot \frac{11900 \text{ kN}}{g} \cdot \frac{0.561g}{4} = 552 \text{ kN}$$

Con riferimento ad uno dei due telai di bordo, lo schema statico da risolvere nell'ambito dell'analisi ESA2 è il seguente, in cui gli smorzatori sono sostituiti da diagonali rigide:

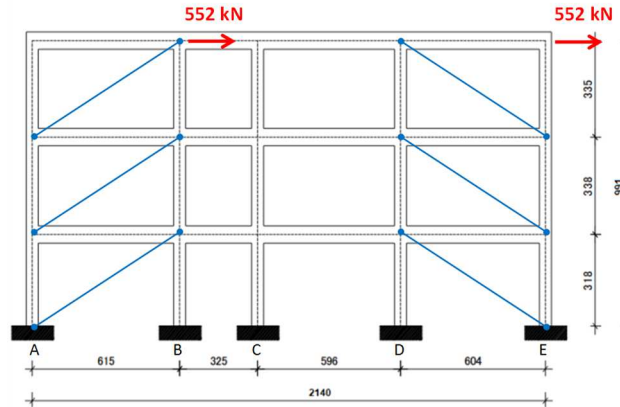


Figura 12: Schema statico da risolvere per l'ESA2.

Lo sforzo normale agente alla base della pilastrate B e D può essere stimato pari a:

$$P_{base} = N \cdot 0.8^{1-\alpha} \cdot 2 \cdot \bar{\xi}_{visc} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{S_e(T_1, \bar{\eta})}{n} \cdot \tan \theta = 3 \cdot 0.8^{1-0.15} \cdot 2 \cdot 0.20 \cdot \frac{11900 \text{ kN}}{g} \cdot \frac{0.561 \cdot g}{4} \cdot \tan 28^\circ = 881 \text{ kN}$$

La Tabella 3 mostra in modo sintetico i risultati della “Direct Five-Step procedure” applicata all’edificio scelto come caso-studio sia in direzione longitudinale che in direzione trasversale.

Si intende che, successivamente a questo predimensionamento di smorzatori viscosi ed elementi strutturali, al fine di verificare le effettive prestazioni sismiche ottenute e di apportare gli aggiustamenti del caso, dovrà seguire opportuna verifica del comportamento sismico della struttura mediante analisi numeriche dinamiche non lineari di tipo time-history da svilupparsi con accelerogrammi spettro-compatibili, così come dettagliato nel paragrafo seguente.

		dir. long. (x)	dir. trasv. (y)	unità di misura
<b>STEP 1</b>				
smorzamento intrinseco	$\xi_{intr} =$	0.05	0.05	
smorzamento viscoso	$\xi_{visc} =$	0.20	0.20	
smorzamento totale	$\xi_{tot} =$	0.25	0.25	
fattore riduzione risposta	$\eta =$	0.577	0.577	
<b>STEP 2</b>				
numero totale piani	$N =$	3	3	
peso totale struttura	$W_{tot} =$	11900	11900	kN
periodo fondamentale struttura	$T_1 =$	0.45	0.80	s
pulsazione fondamentale struttura	$\omega_1 =$	13.96	7.85	rad/s
numero di smorzatori per piano	$n =$	4	4	
inclinazione smorzatori	$\theta =$	28	28	°
coefficiente smorzamento lineare	$c_L =$	4345	2444	kNs/m
rigidezza assiale	$k_{axial} =$	infinita	infinita	
<b>STEP 3</b>				
accelerazione spettrale	$S_a(T_1) =$	0.561	0.388	g
velocità massima smorzatori lineari	$v_{max} =$	0.174	0.214	m/s
forza massima smorzatori lineari	$F_{Lmax} =$	756	524	kN
corsa massima pistone	$s_{max} =$	1.25	2.73	cm
<b>STEP 4</b>				
esponente	$\alpha =$	0.15	0.15	
coefficiente smorzamento non-lineare	$c_{NL} =$	813	546	kN (s/m) <sup><math>\alpha</math></sup>
forza massima smorzatori non-lineari	$F_{NLmax} =$	625	433	kN
rigidezza assiale minima	$k_{axial} >$	606698	191963	kN/m
<b>STEP 5</b>				
<i>ESA1</i>				
forza totale	$F_h =$	6676	4623	kN
<i>ESA2</i>				
forza struttura	$F_{structure} =$	2209	1530	kN
numero telai con smorzatori	$n_{frames} =$	2	2	
forza telaio	$F_{frame} =$	1105	765	kN
numero specchiature con smorzatori nel telaio	$n_{bays} =$	2	2	
forza specchiatura (singola reticolare)	$F_{bay} =$	552	382	kN
<i>sforzo normale max nelle colonne</i>				
	$P_{1,max} =$	881	610	kN
	$P_{2,max} =$	587	407	kN
	$P_{3,max} =$	294	203	kN
sforzo normale max alla base singola colonna	$P_{base} =$	881	610	kN

Tabella 3: Applicazione della “Direct Five-Step Procedure” al caso studio in direzione longitudinale ed in direzione trasversale.



## 4.2 Verifica delle prestazioni sismiche mediante analisi dinamiche time-history

Sono stati realizzati i seguenti modelli:

- Modello UND: struttura a telaio nuda senza tamponamenti e senza smorzatori.
- Modello D-L: struttura a telaio nuda senza tamponamenti e con gli smorzatori lineari dello Step 2 della procedura (coeff. di smorz. lineare = 4345 kNs/m in dir. long. e = 2444 kNs/m in dir. trasv., e rigidità infinita di fluido ed asta di supporto).
- Modello D-NL: struttura a telaio nuda senza tamponamenti e con gli smorzatori non-lineari “commerciali” dello Step 4 della procedura, assumendo una rigidità assiale del sistema “dispositivo+asta” tale da meglio rappresentare le caratteristiche di compressibilità del fluido e di rigidità finita dell’asta di supporto, che riducono l’efficacia del dispositivo a causa della presenza di un elemento elastico in serie allo smorzatore (esponente = 0.15, coeff. di smorz. non lineare = 813 kN (s/m)<sup>0.15</sup> in dir. long. e = 546 kN (s/m)<sup>0.15</sup> in dir. trasv., rigidità realistica di fluido ed asta = 607000 kN/m in dir. long. e = 200000 kN/m in dir. trasv.).

Gli smorzatori lineari e gli smorzatori non-lineari “commerciali” sono stati modellati con elementi “NL-link” nel software SAP 2000. Gli elementi strutturali (travi e pilastri) sono stati modellati con elementi “beam” con comportamento elastico.

Per verificare le prestazioni sismiche di progetto ottenute (in termini di taglio totale alla base, forze negli smorzatori e sollecitazioni assiali nei pilastri), sono state eseguite analisi dinamiche non lineari di tipo time-history impiegando 7 accelerogrammi artificiali compatibili con lo spettro elastico ottenuto per  $\xi = 5\%$ , costruiti con il software SIMQKE.

La Figura 13 riporta il valore massimo del taglio totale alla base ottenuto per i tre modelli UND, D-L e D-NL, per ciascuno dei 7 sismi applicati sia in direzione longitudinale che in direzione trasversale, insieme ai valori medi sui 7 sismi. Nel caso del modello D-L si ottiene, mediamente, un fattore di riduzione del taglio alla base pari a  $\eta = 4629 \text{ kN} / 10409 \text{ kN} = 0.44$  in dir. long. e  $\eta = 2849 \text{ kN} / 6475 \text{ kN} = 0.44$  in dir. trasv., a fronte di un fattore di riduzione di target pari a  $\bar{\eta} = 0.577$ . Per il modello D-NL si ha invece  $\eta = 3717 \text{ kN} / 10409 \text{ kN} = 0.36$  in dir. long. e  $\eta = 2783 \text{ kN} / 6475 \text{ kN} = 0.43$ . La procedura porta quindi a risultati conservativi.

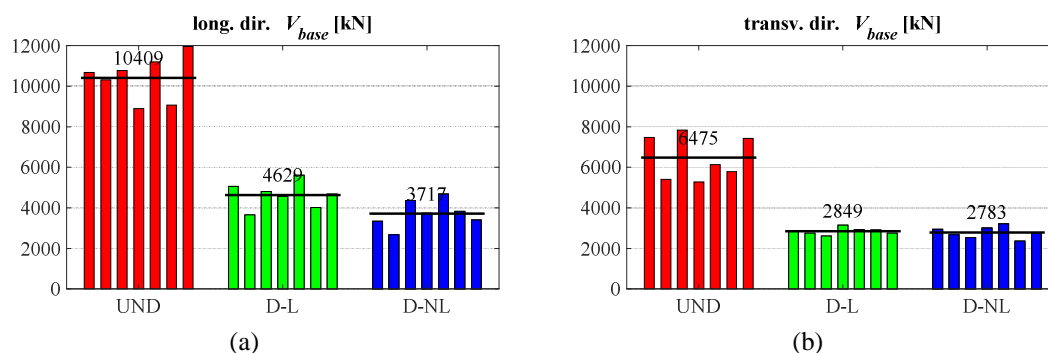


Figura 13: Taglio totale massimo alla base sotto i sette accelerogrammi per i modelli UND, D-L e D-NL, per sisma in direzione longitudinale (a) e trasversale (b).

Per quanto riguarda la risposta degli smorzatori viscosi, le Figure 14, 15 e 16 riportano il confronto tra i risultati delle analisi dinamiche di tipo time-history e le stime fornite dalle formule analitiche della procedura per le forze massime, le velocità massime e le corse massime

dei pistoni negli smorzatori. Le stime sono ancora tutte conservative. La stima è particolarmente accurata nel caso delle forze massime negli smorzatori non-lineari per il modello D-NL.

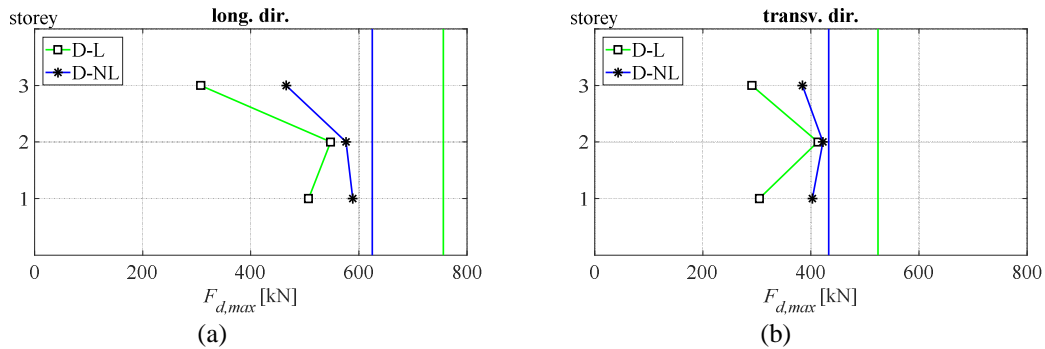


Figura 14: Valori numerici (da analisi TH) delle forze massime sviluppate negli smorzatori ad ogni piano per i modelli D-L e D-NL confrontate con le previsioni analitiche di Eq. (10) ed Eq. (13), per sisma in direzione longitudinale (a) e trasversale (b).

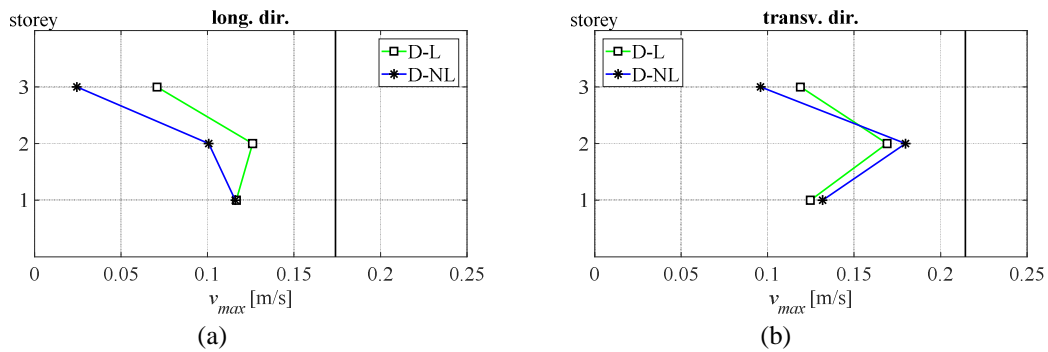


Figura 15: Valori numerici (da analisi TH) delle velocità massime sviluppate negli smorzatori ad ogni piano per i modelli D-L e D-NL confrontate con la previsione analitica di Eq. (8), per sisma in direzione longitudinale (a) e trasversale (b).

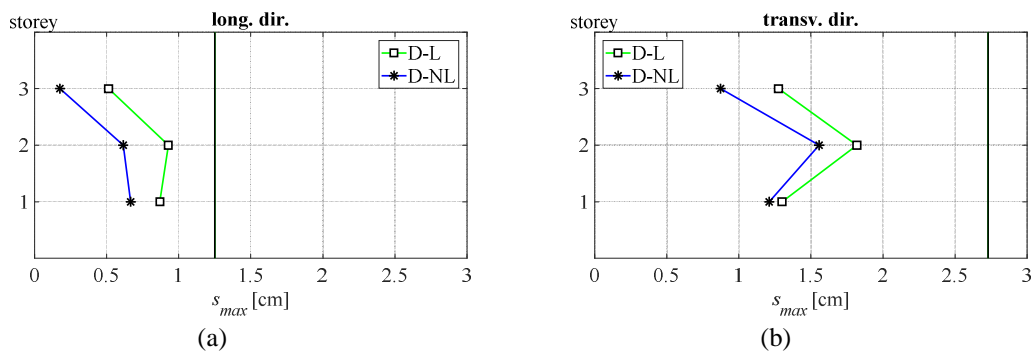


Figura 16: Valori numerici (da analisi TH) delle corse massime del pistone negli smorzatori ad ogni piano per i modelli D-L e D-NL confrontate con la previsione analitica di Eq. (11), per sisma in direzione longitudinale (a) e trasversale (b).

Per quanto riguarda gli sforzi assiali nei pilastri, la Figura 17 riporta il confronto tra i risultati delle analisi numeriche di tipo time-history e le stime fornite dall'Eq. (20) della procedura e dall'analisi ESA2. In questo caso si può constatare come la "Direct Five-Step Procedure" porti a risultati conservativi per la direzione longitudinale ( $T_1 = 0.45$  s) e non conservativi per la

direzione trasversale ( $T_1 = 0.80$  s). Tuttavia i risultati possono essere considerati ancora soddisfacenti per una fase di progettazione preliminare.

Indicativamente, l'ordine di grandezza dei costi di un intervento di miglioramento sismico condotto con dissipatori fluido-viscosi in strutture a telaio può essere stimato tra i 50 e i 100 €/m<sup>2</sup>, in funzione della forza massima e della corsa massima sviluppate dai dispositivi, e tenendo conto dei costi per la carpenteria relativa ai collegamenti delle aste di supporto e dei dispositivi al telaio in c.a. (piastre, bulloni, ...).

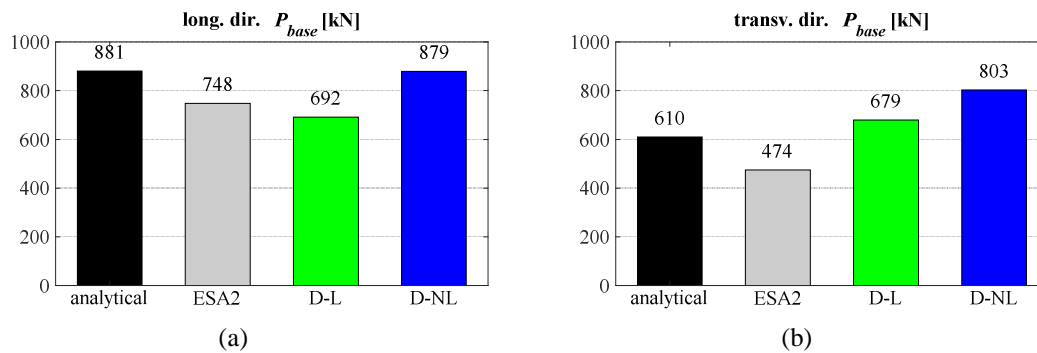


Figura 17: Confronto tra i valori degli sforzi assiali ottenuti nelle colonne confrontati con la predizione analitica ed i risultati dell'analisi ESA2, per sisma in direzione longitudinale (a) e trasversale (b).

## 5 CONCLUSIONI

Le recenti normative tecniche per le costruzioni (D.M. 17/01/2018) non contengono ancora né indicazioni specifiche, né procedure semplificate per il dimensionamento e l'analisi strutturale di edifici dotati di sistemi di dissipazione. Pertanto, ad oggi, la progettazione di tali strutture può essere condotta unicamente attraverso lo sviluppo di modelli numerici agli elementi finiti e di simulazioni numeriche dinamiche di tipo time-history non lineari con un set di accelerogrammi spettro-compatibili. Tale approccio progettuale richiede tuttavia un rilevante onere computazionale ed una notevole esperienza nella modellazione dei dispositivi di dissipazione e nelle analisi non lineari che non rientrano nelle usuali competenze del progettista strutturale.

La procedura semplificata proposta dal gruppo di ricerca dell'Università di Bologna (“Direct Five-Step Procedure”) consente di effettuare il dimensionamento di massima e l'analisi strutturale preliminare di strutture a telaio equipaggiate con smorzatori viscosi senza l'ausilio di analisi numeriche di tipo time-history. Tale metodo, che rappresenta il frutto di anni di studi e ricerche condotte presso l'Università di Bologna, appare congruo sia come metodo di analisi strutturale (analisi statica equivalente) per strutture dalla configurazione geometrica semplice e regolare, sia come metodo di controllo per la valutazione dei risultati di simulazioni numeriche di tipo time-history, tipicamente adottato per strutture più complesse.

## 6 RINGRAZIAMENTI

Larga parte del presente lavoro è stata sviluppata nell'ambito del progetto di ricerca DPC-RELUIS 2014–2018 Linea PR6: “Isolamento e dissipazione”.

Si ringrazia l'ing. Franco Baroni dello “Studio Ceccoli e Associati” di Bologna.

Infine l'autore ringrazia di cuore gli amici-colleghi del gruppo di ricerca dell'Università di Bologna che, in tutti questi anni, hanno contribuito in modo fondamentale alla messa a punto

della procedura descritta in questa memoria: Tomaso Trombetti, Giada Gasparini, Michele Palermo e Luca Landi.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] O.C. Ramirez, M.C. Constantinou, C.A. Kircher, A.S. Whittaker, M.W. Johnson, J.D. Gomez, C.Z. Chrysostomou - *Development and Evaluation of Simplified Procedures for Analysis and Design of Buildings with Passive Energy Dissipation Systems* - MCEER-00-0010. Buffalo, N.Y, Technical report, 2000.
- [2] NEHRP 2003 - *NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures (FEMA 450)* - Building Seismic Safety Council of the National Institute of Building Sciences, Washington, D.C., 2003.
- [3] C. Christopoulos, A. Filiatrault - *Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation* - IUSS Press, Pavia, Italy, 2006.
- [4] S. Silvestri, G. Gasparini, T. Trombetti - *A Five-Step Procedure for the Dimensioning of Viscous Dampers to Be Inserted in Building Structures* - Journal of Earthquake Engineering, 2010, vol. 14 (3), pagg. 417-447.
- [5] M. Palermo, S. Silvestri, L. Landi, G. Gasparini, T. Trombetti - *Peak velocities estimation for a direct five-step design procedure of inter-storey viscous dampers* - Bulletin of Earthquake Engineering, 2016, vol. 14(2), pagg. 599-619.
- [6] M. Palermo, S. Silvestri, G. Gasparini, T. Trombetti - *Un metodo semplificato per il dimensionamento e l'analisi di strutture equipaggiate con smorzatori viscosi - A simplified method for dimensioning and analyzing equipped structures with viscous dampers* - Progettazione sismica, 2017, vol. 8(3), pagg. 9-24.
- [7] M. Palermo, S. Silvestri, L. Landi, G. Gasparini, T. Trombetti - *A "direct five-step procedure" for the preliminary seismic design of buildings with added viscous dampers* - Engineering Structures, 2018, vol. 173, pagg. 933-950
- [8] A.K. Chopra - *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* - 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [9] T. Trombetti, S. Silvestri - *Added viscous dampers in shear-type structures: the effectiveness of mass proportional damping* - Journal of Earthquake Engineering, 2004, vol. 8 (2), pagg. 275-313.
- [10] S. Silvestri, T. Trombetti - *Physical and numerical approaches for the optimal insertion of seismic viscous dampers in shear-type structures* - Journal of Earthquake Engineering, 2007, vol. 11(5), pagg. 787-828.
- [11] T. Trombetti, S. Silvestri - *Novel schemes for inserting seismic dampers in shear-type systems based upon the mass proportional component of the Rayleigh damping matrix* - Journal of Sound and Vibration, 2007, vol. 302(3), pagg. 486-526.
- [12] T. Trombetti, S. Silvestri - *On the modal damping ratios of shear-type structures equipped with Rayleigh damping systems* - Journal of Sound and Vibration, 2006, vol. 292(2), pagg. 21-58.
- [13] J.J. Bommer, A.S. Elnashai, A.G. Weir - *Compatible acceleration and displacement spectra for seismic design codes* - Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand, 2000.
- [14] M. Palermo, S. Silvestri, T. Trombetti - *On the peak inter-storey drift and peak inter-storey velocity profiles for frame structures* - Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, vol. 94, pagg. 18-34.

- [15] M. Palermo, S. Silvestri, T. Trombetti, L. Landi - *Force reduction factor for building structures equipped with added viscous dampers* - Bulletin of Earthquake Engineering, 2013, vol. 11(5), pagg. 1661-1681.